

SNF RAPPORT NR. 11/00

**Numerisk modellering av markeder
med differensierte produkter**

av

Lars Mathiesen

SNF prosjekt nr. 4165
Markedsmodellering

Prosjektet er finansiert av Konkurransetilsynet

STIFTELSEN FOR SAMFUNNS- OG NÆRINGSLIVSFORSKNING
Bergen, mars 2000

© Dette eksemplar er fremstilt etter avtale
med KOPINOR, Stenergate 1, 0050 Oslo.
Ytterligere eksemplarfremstilling uten avtale
og i strid med åndsverkloven er straffbart
og kan medføre erstatningsansvar.

ISBN 82-491-0038-7
ISSN 0803-4036

Forord

Dette er sluttrapport på et forprosjekt for Konkurransetilsynet om bruk av markedsmodeller for å simulere virkninger av endret konkurranse. I tillegg utarbeides et arbeidsnotat om estimering av relasjoner og viktige parametre i slike modeller.

Prosjektet er gjennomført av undertegnede, Frode Steen og Lars Sjørgard. Arbeidsbetingelsene har vært noe ulike. Frode har utholdt undervisning og regn i Bergen, mens Lars M og Lars S har nytt det gode liv på Sørkysten i California. Prosjektet har gjennomgått en viss dreining i retning av numerisk simulering på bekostning av estimering.

Arbeidet ble presentert av Lars Sjørgard på et seminar i Konkurransetilsynet i februar 2000. Frode er ansvarlig for arbeidsnotatet om estimering, og undertegnede er ansvarlig for denne rapport. Lars Sjørgard har vært verdifull samtalepartner for Lars Mathiesen og en flittig kommentator av utkast til rapport, men bærer intet ansvar for gjenværende feil og mangler.

Lars Mathiesen,
Santa Barbara
10. mars 2000

INNHOLDSFORTEGNELSE

Forord

1.	Innledning	1
1.1	Markedssimulering	1
1.2	Illustrasjon av verktøyet i markedssimulering	6
2.	Modelleringsspørsmål	11
2.1	Valg av modellstruktur	11
2.2	Sentrale økonomiske parametre i analyse av bedriftssamarbeid	13
2.3	Valg av funksjonsform	15
3.	Kalibrering	21
3.1	Kalibrering av etterspørsel	21
3.2	Kalibrering av modell	28
4.	Modellering	32
4.1	Nash-konkurransen blant n tilbydere av differensierte produkter	33
4.2	Samarbeid og flervareproduksjon	36
4.3	Ledermodeller	44
4.4	Kapasiteter	48
5.	Modeller for fergetrafikk i Skagerrak	55
5.1	Ulike dimensjoner i næringen	55
5.2	Color Lines kjøp av Larvik Line	56
5.3	Oligopol med 5 tilbydere: Modell I	57
5.4	Oligopol med 8 linjer: Modell II	62
5.5	Sesonger, kundetyper og kapasiteter	68
5.6	Markedslikevekt og metaspill	69
6.	Oppsummering	71
	Litteratur	74
	Vedlegg: Beregning av likevekt vha regnearket EXCEL	

TABELLER, FIGURER OG BOKSER

Tabeller

1	Likevekt for P- og Q-modellene	8
2	Data og kalibrerte koeffisienter for etterspørselsmodell nr. 1	26
3	Data og kalibrerte koeffisienter for etterspørselsmodell nr. 2	26
4	Koeffisienter i den inverterte etterspørselsmodell nr 1.	28
5	Nash-likevekter for P- og Q-modellene.	35
6	Nash vs samarbeid mellom to av fire like produsenter: P- og Q-modell	40
7	Nash vs samarbeid mellom to av fire ulike produsenter: P- og Q-modell	43
8	Nash vs lederadferd: P- og Q-modell	47
9	Likevekt i P- og Q-modellene med og uten kapasitetsrestriksjoner	53
11	Scenarier for parameterverdier	58
12	Observerte og kalibrerte parametre. (Scenario I)	58
13	P- modell I: Likevekt etter oppkjøp. (Scenario I og III)	59
14	P- modell I: Likevekt etter oppkjøp. Alternative elastisiteter	60
15	Q-modell I: Likevekt etter oppkjøp. (Scenario I og III)	61
16	Q-modell I: Likevekt etter oppkjøp. Alternative elastisiteter	61
17	P-modell II: Observerte parametre	63
18	P-modell II: Likevekt etter oppkjøp. (Scenario I og III)	64
19	P-modell II: Likevekt etter oppkjøp. Alternative elastisiteter	65
20	Egenpris- og krysspriselasititeter i et segmentert marked	66
21	P-modell II, segmentert marked: Likevekt etter oppkjøp. (Scenario I og III)	66
22	P-modell II, segmentert marked: Alternative elastisiteter	67

Figurer

1	Pris eller kvantum: To oppfatninger av konkurransen	9
2	Reaksjonsfunksjoner i Q-modell og P-modell	10
3	Fusjonsanalyse med ulike etterspørselsfunksjoner	17
4	Prisøkning og endret egen- og krysspriselasititet	18
5	Endring i gjennomsnittlig pris og samlet volum ved ulike krysspriselasititet	19
6	Endring i gjennomsnittlig pris og samlet volum ved ulike priselasititeter	19
7	En fusjonspartners markedsandel ved ulike krysspriselasititet	44
8	Markedsløsning avhengig av etterspørsel for gitt kapasitet	49

Bokser

1	Gangen i en fusjonsanalyse	3
2	To likevektsmodeller for duopol i differensierte produkter	8
3	Kalibrering av etterspørselsfunksjon	22
4	Modellformulering og løsning i regneark: P-modellen	37
5	Modeller for bedrifter med flervareproduksjon	39
6	Modeller for bedriftssamarbeid	39
7	Ledermodeller	47
8	Modeller med produksjonskapasitet	51

1. Innledning

”Konkurranseloven inneholder regler som skal bidra til konkurranse mellom næringsdrivende for å sikre effektiv bruk av samfunnets ressurser.

Avtaler og samarbeid som vanligvis fører til at bedrifter ikke vil konkurrere fullt ut - f.eks. pris-samarbeid - er forbudt i konkurranseloven. Andre former for virksomhet, avtaler eller samarbeid som i visse tilfeller kan være skadelig for konkurransen, kan Konkurransetilsynet forby etter en grundig vurdering av hver enkelt sak.” [Konkurransetilsynets hjemmeside.]

Ved slike vurderinger har man et måleproblem: Hva skal man sammenlikne med? Hvordan skal man definere og måle den alternative situasjon? To eksempler illustrerer poenget. Ved analyse av virkninger av en eventuell fusjon vil man måtte sammenlikne dagens situasjon med en *hypotetisk* løsning, nemlig den markedsløsning som oppstår dersom selskapene tillates å fusjonere. Hvordan vil den se ut? Ved analyse av hemmelig prissamarbeid må sammenlikne med en *kontrafaktisk* tilstand som kunne ha rådet uten dette samarbeid. Hva ville karakterisere en slik løsning? I begge analyser må man sammenlikne dagens løsning med en tenkt eller konstruert markedsløsning. Denne rapporten redegjør for hvordan man kan definere en slik alternativ situasjon og ikke minst beregne hva priser og kvanta vil bli (ville ha vært). Ideen er å konstruere en økonomisk modell av det aktuelle marked for å kunne bidra til svar på spørsmålet: Hva vil skje dersom ..?

1.1 Markedssimulering

I de situasjoner Konkurransemyndighetene ønsker å undersøke, finnes det mer eller mindre konkrete opplysninger om næringens aktører, deres tilbud og kostnader og om kunder og deres etter-spørrel. I en fusjonsanalyse følger man en prosedyre og undersøker momenter som beskrevet i boks 1. Den sentrale premiss for at en gitt sak skal bli forfulgt forbi trinn 3, er definisjonen av det relevante marked, dets deltakere og deres markedsandeler. Vi kommer ikke direkte inn på disse spørsmål, skjønt deres svar avgjør modellens struktur¹. I tillegg til markedsandeler, vil analyse av

¹ Modellrammen har gitte strukturparametre, så som antall produsenter og deres produkter. Vi kan lage alternative modeller som hver har en spesifikk struktur. Ved å sammenlikne løsningene for disse variantene, kan vi analysere betydningen av ulik markedsavgrensning. Analysen i kapittel 5.4.2 rører ved denne problemstilling.

Froeb og Werden (1992) illustrerer problemet: 'In the landmark *Cellophane* case, the Supreme Court erroneously concluded that du Pont did not have significant power because the Court evaluated the elasticity of demand for Cellophane at the monopoly equilibrium, at which the elasticity was far higher than at the competitive equilibrium. [...] du Pont had, in fact, exercised market power by raising price substantially and [...] it was the substantial elevation of Cellophane's price above the competitive level that brought it into competition with other products.'

den samfunnsmessige betydning av en fusjon inneholde vurdering av særegenheter i det konkrete tilfelle med spesiell vekt på fusjonens sannsynlige innvirkning på priser, kvanta og andre dimensjoner av konkurranse og velferd. Analysen er typisk kvalitativ og kan være innsiktsfull i seg selv, men fordi den ikke settes inn i en modellramme, har man små muligheter til å veie sammen de mange ulike typer informasjon, fra fakta til rene gjetninger, inntrykk og synspunkter fra ulike eksperter og interessenter.

Her vil en markedsmodell være meget nyttig. Den både peker på hva som er relevant informasjon og hvordan ulike biter skal settes sammen. Modellen sikrer en grad av konsistens i bruken av informasjon og mellom forutsetninger og resultater. Modellbruk krever videre at deltakerne i analysearbeidet konkretiserer sine inntrykk, og modellarbeidet bidrar dermed til en avklaring av forhold som ellers ville kunne passere som om man var enige, mens man i realiteten har vidt forskjellig syn på saken. Modellbruk vil også kunne bedre en utenforståendes mulighet til på egen hånd å forutsi (hvilke konsekvenser et tenkt samarbeid vil kunne få og derfor) hvordan Konkurransemyndighetene vil betrakte den. Og endelig tillater modellen at man simulerer markedet for derved å kunne måle med en viss grad av nøyaktighet det samfunnsmessige tap som følge av redusert konkurranse. Her veier modellen sammen beskrevne fordeler og ulemper ved fusjonen. Slike beregninger synes enda mer påkrevet ved vurdering av skader som kan følge av hemmelig bedriftssamarbeid. Da Høyesterett skulle fastsette bot i Bølgepapp-dommen ba man f.eks. om at det ble framlagt tall for samfunnets tap pga samarbeidet².

"Det er altså en samfunnsmessig sett effektiv ressursbruk som er det sentrale mål for prisloven og konkurranseforskriften. Og det er det samfunnsmessige tap ved den ineffektive ressursbruk som bør danne det konkrete utgangspunkt for straffeutmålingen i saken. [De sakkyndige] har [...] funnet at kalkulasjonssamarbeidet har ledet til høyere priser, som har gitt en vinning for selskapet på bekostning av deres kunder og et netto effektivitetstap for samfunnet. [...] Som nevnt er det dette som må danne utgangspunkt for straffeutmålingen." [Norges Høyesterett (1995).]

² Avslutningsvis skriver førstevoterende, dommer Aarbakke i Høyesterett: "Jeg tilføyer at i saker som denne er det ønskelig at fagmyndigheten og påtalemyndigheten fremlegger for domstolen et mest mulig gjennomarbeidet grunnlag for fastsettelse av inndragning og bot. Disse myndigheter bør fremlegge opplysninger og vurderinger som kan gi domstolene det best mulige grunnlag for å fastsette adekvate strafferettslige reaksjoner."

Boks 1. Gangen i en fusjonsanalyse* .

1. Fastlegg det relevante marked.
2. Fastlegg deltakende bedrifter i dette marked.
3. Beregn og vurder markedsandeler og konsentrasjon. Dersom konsentrasjonen er under en viss grense henlegges saken, ellers iverksettes analyse.
4. Vil fusjonen føre til eller forsterke en vesentlig begrensning av konkurransen?
5. Vurder mulighetene for nyetablering.
6. Vurder andre faktorer, herunder samarbeidsgevinster.

* Kilde: Willig (1991).

Over de aller seneste år har det vokst fram en litteratur om bruk av numeriske modeller for å kunne måle de ulike samfunnsøkonomiske konsekvenser av en fusjon³.

'Rather than begin with presumptions based on market shares, we suggest that the analysis of a merger begin with a simulation of its effects within the context of a tractable oligopoly model calibrated to the particular characteristics of the industry in question. Simple simulations are relatively easy to do and require little information beyond that required to compute market shares. Even if considered unrealistically simplistic, merger simulations provide a little light in a very dark place. If detailed information on the structure of demand is available, the methodology can be extended to more complex and more accurate simulations.' [Werden og Froeb (1996).]

Willig (1991) skiller mellom ensidige (*unilateral*) og koordinerte (*coordinated*) handlinger. Med ensidig handling menes den prisøkning som det fusjonerte selskap har motiv for å iverksette fordi det kan koordinere prissetting internt innen et utvidete produktspekter av substitutter. En del av de kunder man ville tape ved prisøkning på ett produkt, vinnes igjen ved økt etterspørsel etter konkurrerende produkter som etter fusjon er lagt inn i samme portefølje. Prismodellen predikerer videre at konkurrenter utenfor fusjonen, som en respons på det fusjonerte selskaps prisøkning, har et selvstendig incentiv til å øke sine priser. Koordinerte handlinger er derimot prisøkning som ville følge av stilltiende eller åpent samarbeid mellom uavhengige selskaper. Mens ensidige handlinger er tillatt, er den andre typen uønsket atferd, og frykten for at slik atferd skal bli mer sannsynlig etter fusjon, er et poeng ved vurdering av fusjonen.

³ Vi har identifisert fire forskningsmiljøer innen feltet: **a)** L.M. Froeb, P. Crooke og S. Tschantz ved Vanderbilt University og G.J. Werden, US Department of Justice. **b)** Food Marketing Policy Center, University of Connecticut. Se Cotteril og Haller (1997) og Cotteril m.f. (1999). **c)** Borenstein og Bushnell (1999), Borenstein m.fl. (1999), og Nevo (1999) ved UC Berkeley. **d)** S. Barry og A. Pakes ved Yale University.

Virkningene av de ensidige handlinger kan måles som følger: Etabler en referansemodell (som nevnt av Werden og Froeb) for situasjonen i markedet før fusjon, hvor hver av bedriftene antas å følge en Nash strategi og beregn tilhørende likevekt. Beregn deretter likevekt for den situasjon at de fusjonerende bedrifter koordinerer sine aktiviteter som om de var én beslutningsenhet som følger en Nash strategi mht øvrige bedrifters handlinger.

Modellrammen er den statiske likevektsmodell for et oligopol. Her fokuseres det på to typer handlingsvariable, priser og kvanta, som gir opphav til to modelltyper, kalt Bertrand-modellen og Cournot-modellen. De er standard verktøy i lærebøker i mikroøkonomi. MAREQ er en tidlig implementering av markedsmodeller som simuleringsverktøy på PC. Den fokuserer på markeder for homogene produkter hvor produsentene fastsetter kvanta, og den tillater markedsformer som frikonkurranse, Cournot, Stackelberg og ulikt omfang av samarbeid mellom produsenter. (Se Mathiesen (1985) og Mathiesen m.fl. (1987).) Av nyere dato finner vi analyser av elektrisitetsmarkedet: potensialet for utøvelse av markedsrett (Borenstein og Bushnell (1999) og Borenstein m.fl. (1999)) og deregulering.

Deneckere og Davidson (1985) la grunnlaget for bruk av Bertrand-type modeller for analyse av fusjon i markeder med differensierte produkter. Willig (1991) fremhevet denne modellen som det naturlige utgangspunkt for Konkurransemyndighetenes analyse av samfunnsmessige konsekvenser av (potensielt) bedriftssamarbeid, mens Werden og Froeb i en lang rekke artikler, utdyper slike anvendelser. Modellbruken er basert på tre sentrale forutsetninger: For det første at bedriftene i markedet konkurrerer på pris, ikke kvantum, og at de ikke samarbeider før fusjonen. Dernest antas variable enhetskostnader å være konstante innen det produksjonsintervall som er relevant for analysen. Endelig gjøres et konkret valg av funksjonsform for etterspørselssystemet. Dersom fusjonen fører til vesentlig endring i priser og kvanta, vil valg av funksjonsform kunne være svært viktig. Dette punkt har derfor vært omfattet med størst interesse og forskningsinnsats, og vi kommer tilbake til det flere steder i rapporten.

Forhold nevnt under punktene 5 og 6 (i boks 1) kan dersom de lar seg kvantifisere, analyseres via enkle modifikasjoner av de modeller vi omtaler. Det må imidlertid påpekes at modellrammen er den statiske likevekt hvor strukturelle forhold i markedet, så som antallet bedrifter, antallet og

utformingen av produkter, og samarbeidskonstellasjoner er gitt. Det betyr at mens modellen beregner konsekvenser av ensidige (*unilateral*) handlinger, svarer den ikke på om bedriftene i bransjen lettere vil kunne koordinere sine handlinger etter fusjon; mulighetene for nyetablering eller at konkurrenter eventuelt reposisjonerer sine produkter. En modifisert modell hvor slikt samarbeid, etablering, produktlansering, etc. er eksplisitt beskrevet, beregner mergevinst for hver bedrift av slik endring og kan derved gi et innspill til en vurdering av hvorvidt en slik endring faktisk vil bli gjennomført. Vurderingen ligger imidlertid utenfor modellen. (Se kap. 5.6.)

Det verktøy vi skal demonstrere består av tre blokker: økonomisk teori, estimering av modellparametre og simulering vha modellen. Werden og Froeb (1996) antyder at en modell kan etableres med et minimum av data i forhold til det man alt har skaffet for å kunne vurdere om et gitt samarbeid er en sak for Konkurransemyndighetene eller ikke, nemlig markedsandeler, og de anvender den såkalte *Logit*-funksjonen for å beskrive etterspørselen⁴. Dersom man er villig til å godta de forutsetninger denne funksjonen bygger på, har man en modell nesten gratis. Willig hevder at forutsetningene kan være rimelige i visse sammenhenger, i hvert fall som en første tilnærming til problemet: hva er det samfunnsmessige tap pga fusjonen? Basert på ytterligere kunnskap om og mekanismene bak etterspørselen, kan man introdusere mer struktur som f.eks. at produktene grupperes i klynger eller segmenter⁵. Hans ide er at med økende kunnskap og informasjon om etterspørselen i markedet, kan man konstruere stadig mer realistiske modeller og få økt innsikt i problemet. Som analytiker vil man ofte være i den situasjon at ens kunnskap om etterspørselen og den tid og de ressurser man har til rådighet, setter grenser for hvor kompleks etterspørsel man kan modellere.

Vår oppgave er som sagt å demonstrere hvordan man kan lage og bruke simuleringsmodeller. I denne sammenheng finner vi det hensiktsmessig å anvende lineære etterspørselsfunksjoner. De er for det første enkle å behandle analytisk, og det får vi glede av i to sammenhenger: Vi skal

⁴ I tillegg til markedsandeler og referansepriser, spesifiseres funksjonen vha to parametre ϵ og β . ϵ er priselastisiteten for produktgruppen som helhet og er et mål på kundeflukt fra markedet ved generell prisstigning i markedet. β avgjør det relative forhold mellom egenpris- og (den ene) krysspriselastisiteten og er derved et mål på overgang mellom produkter innen markedet ved relativ prisendring.

⁵ En slik funksjonstype er *Nested Logit*. Se Anderson og de Parma (1992).

utlede førsteordensbetingelser for hver bedrifts optimale tilpasning, og vi skal invertere den direkte etterspørsel (kvantum som funksjon av pris) for å kunne modellere Cournot-modeller som bruker den indirekte etterspørsel (pris som funksjon av kvantum). Den lineære funksjon gir dessuten et konservativt (lavt) anslag for prisøkning som følge av en fusjon. Vi antar at det kan være et viktig poeng når man vil påvise at en fusjon gir negative konsekvenser.

I resten av kapitlet illustreres numerisk modellering vha et duopol i differensierte produkter. Vi studerer to modeller med priser hhv kvanta som handlingsvariable. De gir ulike resultater til tross for at etterspørsel og kostnader er like og de gir kvalitativt forskjellige prediksjoner av endringer som følge av parameterskift. Hvorfor gir modellene ulike resultater, og hvilken betydning kan det ha for markedssimulering? Kapittel 2 tar opp noen viktige modelleringsspørsmål, hvor fokus er på modellbyggers valgfrihet og ansvar for de resultater han kan få ut av modellene. Koordinert bruk av teori, empiri og innsikt i numerisk analyse er viktig. Estimering av relasjoner og parametre for en modell er behandlet i et separat notet. Se Steen (2000). Kapitlene 3 til 5 og vedlegget viser hvordan oligopolmodeller fra læreboken kan tas i bruk som simuleringsverktøy. Vedlegget og kapittel 3 viser hvordan estimerer kan settes sammen (kalibreres) til en simuleringsmodell. Kapittel 4 gjennomgår velkjente oligopolmodeller og hvordan de kan benyttes. Gjennomføring av beregninger er ytterligere beskrevet i vedlegget. Kapittel 5 illustrerer det foregående via en stilisert analyse av konsekvenser av Color Lines oppkjøp av Larvik Line i 1996.

1.2 Illustrasjon av verktøyet i markedssimulering

Rapporten skal demonstrere verktøy for analyse av markeder med n tilbydere av differensierte produkter. Følgende eksempel illustrerer både modellformat og et par sentrale poenger. Det er imidlertid så enkelt at de resulterende modeller kunne vært løst for hånd. Senere i rapporten viser vi eksempler som neppe kan løses slik og hvor det er behov for en systematisk metode.

La p_i og x_i betegne hhv. pris og kvantum for tilbyder i , og la c_i og F_i betegne hhv. (konstant) marginalkostnad og fast kostnad. Tilbyder i 's overskudd (Π_i) kan da skrives

$$(1) \quad \Pi_i = (p_i - c_i)x_i - F_i, \quad i = 1, 2.$$

(1) gjelder uavhengig av om tilbyder i velger kvantum eller pris som handlingsvariabel. For analyse av optimal tilpasning har det imidlertid betydning om pris eller kvantum velges fordi etterspørselen må spesifiseres som funksjon av de valgte handlingsvariable, altså $x_i = f_i(p_1, p_2)$ (direkte etterspørsel) når priser er handlingsvariable, eller $p_i = g_i(x_1, x_2)$ (indirekte etterspørsel) når kvanta er handlingsvariable. Vi får dermed to forskjellige modeller: En prismodell (heretter kalt *P-modell*) og en kvantummodell (kalt *Q-modell*).

Anta at etterspørsel etter tilbyder i 's produkt er en lineær funksjon av prisene

$$x_1 = 6 - 12p_1 + 6p_2$$

$$x_2 = 6 + 6p_1 - 12p_2$$

Den indirekte etterspørsel (etterspørsel på invers form) er⁶

$$p_1 = 1 - 1/9x_1 - 1/18x_2$$

$$p_2 = 1 - 1/18x_1 - 1/9x_2.$$

Anta videre at begge tilbydere har konstant marginalkostnad på 0.25. Førsteordensbetingelser (FOB) for optimale⁷ kvanta ihht en *Nash*-atferd (se kapittel 5.1) er

$$\partial\Pi_1/\partial x_1 = [1 - 1/9x_1 - 1/18x_2 - 1/9x_1] - 0.25 = 0.75 - 2/9 x_1 - 1/18x_2 = 0$$

$$\partial\Pi_2/\partial x_2 = [1 - 1/18x_1 - 1/9x_2 - 1/9x_2] - 0.25 = 0.75 - 1/18x_1 - 2/9 x_2 = 0.$$

Kvanta (x_i) tilpasses slik at marginalinntekt (uttrykket i hakeparentes) er lik marginalkostnad for begge tilbydere. Disse to betingelsene er vår *Q*-modell for *Nash*-atferd.

FOB for optimal *prissetting* ihht en *Nash*-atferd (vår *P*-modell) er

$$\partial\Pi_1/\partial p_1 = (6 - 12p_1 + 6p_2) - 12(p_1 - 0.25) = 9 - 24p_1 + 6p_2 = 0$$

$$\partial\Pi_2/\partial p_2 = (6 + 6p_1 - 12p_2) - 12(p_2 - 0.25) = 9 + 6p_1 - 24p_2 = 0.$$

⁶ Vi kommer tilbake til sammenhengen mellom direkte og indirekte etterspørsel.

⁷ Ved å skrive FOB som likhet, forutsetter vi at optimale kvanta $x_i^* > 0$, $i=1,2$. Vedlegg 1 formulerer betingelser som ivaretar muligheten av at $x_i^* = 0$. Videre vil man forutsette at x_i^* gir positivt dekningsbidrag $(p_i^* - c_i)x_i^* > 0$, ellers ville ikke bedriften produsere. Driftsuavhengige faste kostnader (F_i) påvirker ikke den optimale tilpasning. Dersom F_i derimot er driftsavhengig, ville man kreve at $(p_i^* - c_i)x_i^* + F_i > 0$ for å produsere. Modellen beregner $x_i^* > 0$. De øvrige forhold må brukeren kontrollere.

Disse betingelsene uttrykker også at 'marginalinntekt' skal være lik 'marginalkostnad', men måleenheten er pris og ikke kvantum. Vi kommer tilbake til en fortolkning i kapittel 5.1. Basert på antakelsen om tilbydernes valg av handlingsvariable har vi formulert to alternative likevektsmodeller som vist i boks 2. Hvilken av disse som er den mest realistiske, vil som alltid innen næringsøkonomi (IO) avhenge av den aktuelle bransje, tidspunkt for tilbyders kapasitets- og produksjonsbeslutninger i forhold til kundekontakt og salg, etc. I noen bransjer er det rimelig å si at priser er handlingsvariable, i andre er kvanta mer trolige handlingsvariable. I atter andre situasjoner, kanskje de fleste, vil vi ikke kunne påstå hverken det ene eller andre. Spiller det noen rolle om vi kan si at pris eller kvantum er handlingsvariabel? Dvs. gir modellene ulike løsninger? Vi vet at for monopolisten gir beregning av optimal pris eller optimalt kvantum samme løsning.

Boks 2. To likevektsmodeller for duopol i differensierte produkter	
Q-modell	$\partial\Pi_i/\partial x_i = 0, \quad i = 1,2.$ $0.75 - 2/9 x_1 - 1/18x_2 = 0$ $0.75 - 1/18x_1 - 2/9 x_2 = 0$
P-modell	$\partial\Pi_i/\partial p_i = 0, \quad i = 1,2.$ $9 - 24p_1 + 6p_2 = 0$ $9 + 6p_1 - 24p_2 = 0$

Tabell 1. Likevekt for P- og Q-modellene.

Tilbyder	P-modellen			Q-modellen		
	Pris	Kvantum	Overskudd	Pris	Kvantum	Overskudd
A	0.5	3	0.75	0.55	2.7	0.81
B	0.5	3	0.75	0.55	2.7	0.81

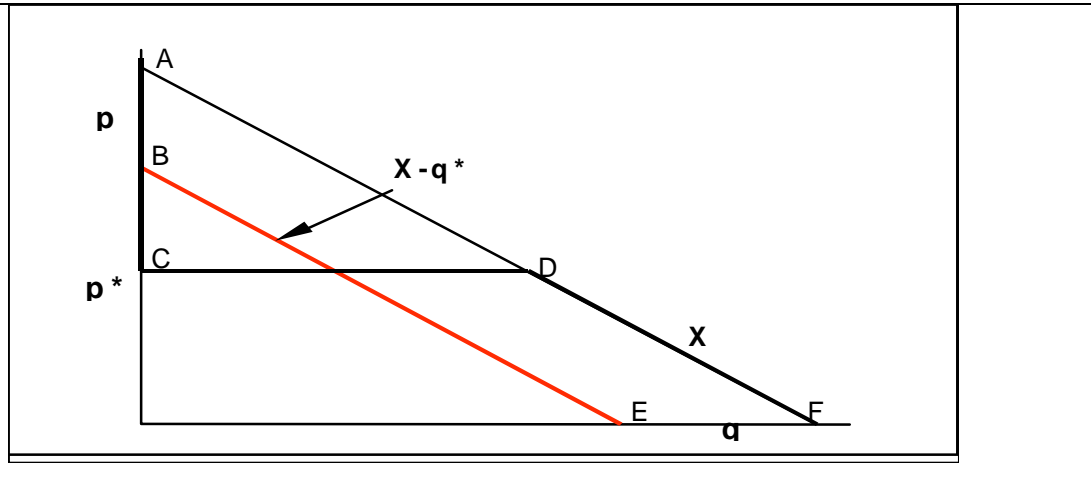
Likevektene (i tabell 1) er forskjellige til tross for at vi har benyttet samme etterspørsel i de to modellene. Q-modellen gi høyeste priser, laveste kvanta og største overskudd. Grunnen til at løsningene blir forskjellige skyldes at bedriftene *vrderer* konkurransen i markedet ulikt i de to modellene⁸. Dette er enklest fortalt for to bedrifter og et homogent produkt.

I Q-modellen antar en bedrift at konkurrenten selger sitt optimale kvantum q^* og tilpasser seg optimalt til den residuale etterspørsel $X-q^*$ (kurve BE i figur 1.) I P-modellen tror bedriften at konkurrenten selger til pris p^* . Ved å underby hans pris marginalt vinnes hele markedet (kurve

⁸ Dette er et generelt resultat. Se Singh og Vives (1984).

X). Han ser derfor sin etterspørsel som gitt ved kurve ACDF. Hver bedrift står følgelig overfor en svært elastisk etterspørsel og har incentiv til å oppføre aggressivt i betydningen å sette en lav pris.

Figur 1. Pris eller kvantum: To oppfatninger av konkurransen



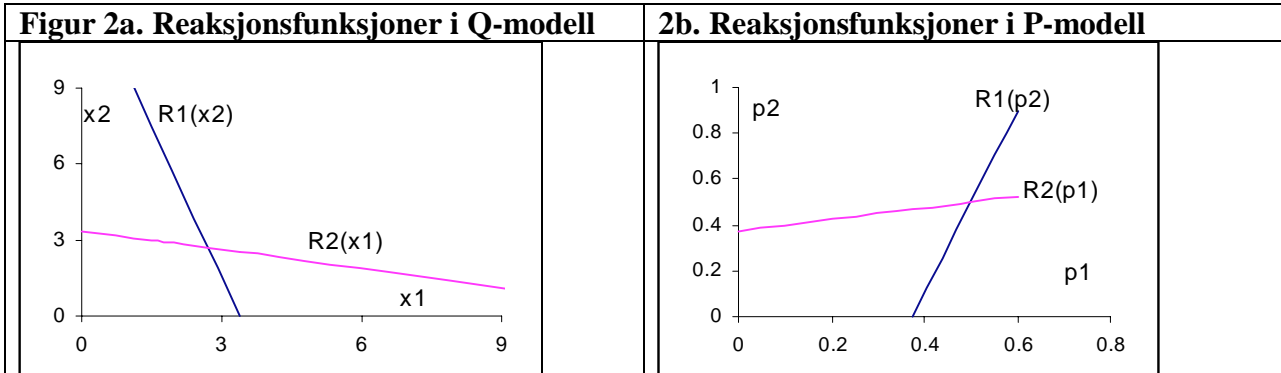
Med differensierte produkter, som i vårt eksempel, tar man ikke hele markedet med mindre man priser betydelig lavere enn konkurrenten, og priskonkurransen blir ikke like intens som ved homogene produkter. Prinsippet er imidlertid det samme: prissetteren tror at konkurrenten holder sin pris fast, mens kvantumssetteren tror konkurrenten holder sitt kvantum fast.

Vi tok FOB for optimal tilpasning som vår modell. En alternativ formulering av betingelsene (og modellene) er i form av *reaksjonsfunksjoner*: (Se også figur 2.)

Q-modell:	$x_1 \equiv R_1(x_2) = 27/8 - 1/4x_2$	P-modell:	$p_1 \equiv R_1(p_2) = 3/8 + 1/4p_2$
	$x_2 \equiv R_2(x_1) = 27/8 - 1/4x_1$		$p_2 \equiv R_2(p_1) = 3/8 + 1/4p_1$

Figur 2 illustrerer en annen vesentlig forskjell på de to modellene: mens reaksjonsfunksjonene i Q-modellen faller ($dx_i/dx_j < 0$), stiger de i P-modellen ($dp_i/dp_j > 0$). Dette er viktig for analyse av fusjon hvor den fusjonerte bedrift ønsker å koordinere prisene med sikte på en prisøkning. I P-modellen vil egen prisøkning medføre at konkurrenten også øker prisen, om enn ikke like mye; en forsterkende effekt. I Q-modellen krever en prisøkning at den fusjonerte bedrift reduserer sitt

tilbudte kvantum. Konkurrenten responderer med økt kvantum, en motvirkende effekt. I litteraturen omtales kvanta som *strategiske substitutter*, mens priser kalles *strategiske komplementer*⁹.



P- og Q-modellene gir altså ulike løsninger og innebærer kvalitativt forskjellige responser. I en konkret analyse burde vi selvsagt helst kunne si (sikkert) hvorvidt bedriftene fastsetter pris eller kvantum. I mange sammenhenger synes det imidlertid å være vanskelig. Spiller det noen rolle for vår komparativ statistiske analyse? Vel, det gjenstår å se.

⁹ Bulow m.fl. (1985) introduserte begrepene. Se også Tirole (1988, s.207) eller Sørgard (1997) som påpeker at som oftest, men ikke alltid, er kvanta strategiske substitutter og priser strategiske komplementer.

2. Modelleringsspørsmål

Mange av våre argumenter for å bruke en modell til analyse av en kompleks situasjon gjelder både analytisk og numerisk modellering. Forskjellen på disse er den detaljrikdom de kan omfatte og modellens evne til å veie sammen positive og negative forhold. Dette prosjektet handler om strategisk atferd blant produsenter av differensierte produkter. I en slik kontekst er det mange forhold man ikke får tak på vha en analytisk modell; den blir for kompleks til å gi klare svar. Typisk vil man ikke kunne tegnfeste endringer, langt mindre gi noen størrelsesorden, slik som den numeriske modellen. På den annen side kan den numeriske modellens styrke overvurderes. Fordi man har større fleksibilitet og tilsynelatende får presise svar nærmest uansett hvordan man modellerer, kan brukeren i større grad misbruke verktøyet, og ikke minst kan han tillegge verktøyet større utsagnskraft enn det har. Det er derfor viktig å være observant på at brukeren er ansvarlig for svarene. Han må være bevisst hva han gjør og ikke minst være i stand til å forklare de svar som modellen gir.

2.1 Valg av modellstruktur

Når man skal konstruere en modell er det er mange spørsmål som må avklares. Vi skal her nevne noen. Et første punkt angår selve *produktet*: Kan det ansees for homogent eller bør vi velge en formulering med differensierte produkter? Selv om man nesten alltid kan argumentere for at to produsenter tilbyr forskjellige produkter, om ikke annet så fordi salgs- og leveringsbetingelser er forskjellige, kan forskjellene være såvidt små at man for analyseformål gjør best i å betrakte de som tilbud av et homogent produkt. Dette gjelder for varer som metaller (aluminium og ferrolegeringer), kjemiske produkter, de enkelte energivarer (naturgass, råoljer og elektrisitet), korn og andre landbruksprodukter, fisk og lite bearbejdede fiskeprodukter; dvs. stapelvarer¹⁰. For modellering av homogene produkter viser vi til MAREQ (Mathiesen (1985)) og modeller i vedlegget: Beregning av likevekt vha regnearket EXCEL. Vi skal her vise hvordan markeder for *differensierte* produkter kan modelleres, hvilke spørsmål som kan besvares og hvilke modellutfordringer vi typisk står overfor.

¹⁰ Se Mathiesen (1991).

Gitt at vi studerer markeder for differensierte produkter og konsekvenser av fusjoner og annet bedriftssamarbeid, gir det seg selv at vi vil anta at noen av aktørene i markedet har markedsrett og opptrer *strategisk*. Vi skal anta at det er selgere som opptrer strategisk. Det er selvsagt intet i veien for å snu modellen på hodet og anta at kjøpere opptrer strategisk. Vi kan imidlertid ikke slå sammen to modeller til å betrakte en situasjon hvor kjøpere og selgere i samme marked opptrer strategisk. Vi måtte i så fall velge et annet likevektsbegrep enn det vi bruker her.

Det viktigste spørsmålet for modellering av den strategiske konkurransen er å identifisere hvilke faktorer det er bedriftene konkurrerer på. Hvilke av de mange ulike beslutninger er strategiske *konkurransesfaktorer* og hvilke er det ikke: de periodiske, mer kortsiktige beslutninger angående kvanta, priser eller andre salgsbetingelser eller mer langsiktige forhold som investering i anlegg, FoU med sikte på effektivisering av produksjon, utvikling av nye produkter eller merkevarebygging? Nært knyttet til spørsmålet om konkurransesfaktorer er de ulike bedrifters *atferd*. Opptrer de kooperativt eller ikke-kooperativt? Hva tror de om hverandres handlinger og respons på handlinger? Er denne atferden eksogent gitt eller er den endogen i analysen? Litteraturen er rik på modeller med ulike typer handlinger eller endog flere typer handlinger, f.eks. en langsiktig beslutning (investering) etterfulgt av den periodiske konkurransen på pris (kvantum), og som betrakter et spekter av ulike atferdstyper. Se Tirole (1988, kap. 8.)

Vår illustrasjon av markedssimulering omfatter de vanligste og klart enkleste modeller i litteraturen. Vi skal utelukkende studere *pris* og *kvantum* som handlingsvariable. To modelltyper synes å utvikle seg i praktisk bruk: Kvantumsmodeller (Cournot) for analyse av homogene produkter og prismetodeller (Bertrand) for differensierte produkter. Denne dikotomien synes vi er noe enkel. Vi finner det ikke godt gjort at pris nødvendigvis er den relevante handlingsvariabel i alle markeder for differensierte produkter, selv om det er vanskelig å gi eksempel på markeder hvor kvantum åpenbart er handlingsvariabel. Vi viser både P- og Q-modeller for differensierte produkter.

Et neste forhold knyttet til spørsmålet om konkurransesfaktorer og atferd, er hvorvidt aktørene handler *simultant* eller *sekvensielt*. Gitt valget av pris (kvantum) og Nash-atferd, er det naturlig å anta at aktørene handler simultant, dvs. hver enkelt bestemmer sine handlinger uten å kjenne til hva konkurrentene har valgt. (For modeller med eksplisitt dynamikk, se f.eks. Pakes (1999).)

Vår modellramme er altså den statiske likevektsmodell. Tilsynelatende er dette en rigid og lite realistisk ramme som legger strenge begrensninger på de problemstillinger man kan betrakte. Vi synes ikke det og tilbyr følgende fortolkning: La modellen representere siste trinn i et flertrinns-spill, hvor brukeren fastlegger verdier for strukturelle forhold som antallet bedrifter og produkter, produktenes utforming/lokalisering, bedriftenes samarbeidsrelasjoner, etc., altså de langsiktige beslutninger. Modellen beregner den korresponderende likevekt, dvs. konsekvenser av en spesifisert struktur. Det er opp til brukeren hvor mye han kan få ut av dette verktøy. Ved kreativ spesifisering og systematisk variasjon av nevnte strukturelle forhold kan han fremskaffe informasjon for en betydelig mer omfattende analyse enn det den statiske modellen tilsier. Merk imidlertid at modellen ikke kan fastslå hvorvidt samarbeid er lettere etter en fusjon, hvorvidt en ny aktør vil etablere seg eller konkurrenter vil repositionere sine produkter. Den gir informasjon betinget av slike strukturforhold. Brukeren må avgjøre hvorvidt endringen kan/vil finne sted.

Virkeligheten er rik på *detaljer*. I en analyse er vi interessert i de viktigste forhold for vår problemstilling, og kunsten er å lage en modell som inneholder disse uten unødig detalj. Ikke fordi dagens PC-teknologi ikke kan håndtere store detaljerte modeller; tvert imot. Grensen for hva som er en fornuftig modellstørrelse er bestemt av den menneskelige hjerne. Hvor komplekse (mangedimensjonale) situasjoner kan vi oppfatte og vurdere? Bak dette standpunkt ligger erkjennelsen av at de modeller vi diskuterer aldri kan fange hele virkeligheten – de forblir modeller. Altså kan de heller aldri gi oss SVARET. Vi er nødt til å forstå det modellen gir oss; den hjelper oss til innsikt i problemstillingen, og slik innsikt krever at vi får oversikt – altså anvender en relativt enkel modellstruktur, nær opp til teori og med få detaljer. Vi må selv trekke konklusjonene.

2.2. Sentrale økonomiske parametre i analyse av bedriftssamarbeid.

I en markedsmodell er tilbud og etterspørsel det sentrale. Hvilke produsenter skal vi ta med, hvordan skal vi representere deres produktspekter og deres kostnader? Jfr. punkt 2 i boks 1. På tilsvarende måte og konsistent med inndelingen på tilbudssiden beskrives etterspørselen. Er alle produkter like nære substitutter til hverandre? I så fall vil ett usegmentert marked gjøre jobben. Dersom det imidlertid er klare mønstre i produktenes lokalisering (klynger av produkter), bør vi segmentere markedet. Før vi går videre med diskusjon av struktur og funksjonsformer, la oss

rekapitulere noe av det mikroøkonomiske fundament bak Konkurransemyndigheters interesse vedrørende bedriftssamarbeide. Frykten er at én bedrift (eller flere bedrifter i samarbeid) skal utnytte sin markedsrett til å øke prisen og derved redusere samfunnsøkonomisk velferd.

De amerikanske *Merger Guidelines* foreskriver en rutine for å definere det *relevante* marked som det minste marked, produktgruppe eller segment av et marked, hvor et hypotetisk monopol lønnsomt kan heve prisene på vedvarende basis med 5%. Monopolets optimale tilpasning er gitt ved $(p-c)/p = -(1/\epsilon)$; den optimale pris (p) skal settes så mye over marginalkost (c) at pris-kostnadsmarginen $((p-c)/p$, kalt Lerner-indeksen) er lik den inverse av priselastisiteten i etterspørselen etter denne produktgruppen. Mergevinsten ved å øke prisen ytterligere er her lik merkostnaden i form av tapt etterspørsel. Et avgrenset marked hvor Lerner-indeksen, uttrykt ved bedriftenes typiske *mark-up*, er lavere enn $-(1/\epsilon)$ for produktgruppen som sådan, er derfor en sak for Konkurransemyndighetene. I et slikt marked vil nemlig det hypotetiske monopol ønske å heve prisen. Anta f.eks. at man har estimert priselastisiteten for produktgruppen (dette segment) til -1.25^{11} og at den typiske pris-kostnads-margin for produkter i segmentet er 0.7. Da har vi $0.7 < 0.8 = -(1/1.25)$, og analyse er berettiget. En priselastisitet på -1.5 , slik at $-(1/\epsilon) = 0.667$, ville derimot ikke (alene) utløse analyse, fordi her ville ikke den hypotetiske monopolist ønske å øke prisen.

Ideen er at dersom en produktgruppe tillater monopoltilpasning, vil en bedrift som får kontroll over alle (eller de fleste) enkelt produkter kunne utnytte (det meste av) monopolmakten. Det som i utgangspunktet hindrer slik makttutøvelse (og prisøkning), er konkurransen fra produsenter av de andre produktene i segmentet. I et marked hvor produktene er (imperfekte) substitutter vil prisøkning for ett produkt føre noen av dets tidligere kunder over til de andre produktene, og noen vil forlate produktgruppen. Den innbyrdes påvirkning mellom produktene kan oppfattes som en eksternalitet. Krysspriselasititeten i etterspørselen er et mål på denne eksternaliteten, dvs. overgang av kunder fra ett produkt til et annet. Ved koordinert prissetting økes prisen på alle produkter og overgang fra et produkt til et annet nøytraliseres. Kun flukten ut av segmentet gjen-

¹¹ Froeb og Werden (1992) påpeker at estimater gjelder i sentrum av observasjonene ('sample mean'), og at priselastisiteten i en monopolsituasjon trolig vil være høyere enn i en annen markedsløsning, f.eks. den som observasjonene er hentet fra. Derved kan den estimerte elastisitet føre til at man avgrenser et for snevert marked og overvurderer monopolets markedsrett.

står. Det betyr at ved koordinert prissetting internaliseres den eksternalitet som er grunnlag for konkurranse. Avgjørende spørsmål for Konkurransemyndigheten i den videre analysen er derfor i) hvor stor del av den samlede eksternalitet vil bli internalisert ved det forestående samarbeid, og ii) i hvilken grad vil de gjenværende bedrifter på tilbudssiden lettere kunne oppnå (stilltiende) samarbeid og derved internalisere den resterende konkurranse.

Våre modeller fokuserer på det første av disse punkter, men kan også gi innsikt i de incentiver til samarbeid som ligger i det andre spørsmålet. Definisjonen av det relevante marked og hvilke produkter og bedrifter som bør inngå i analysen, er parametre for simuleringsmodellen. Disse forhold må avklares ved foregående empirisk arbeid. Et sentralt parameter for slikt empirisk arbeid, priselastisiteten i etterspørselen etter produktgruppen, er også en viktig parameter i simuleringsmodellen. Den forteller i hvilken grad kunder forlater segmentet ved prisøkning.

Den typiske pris-kostnads-margin og priselastisiteten i etterspørselen etter produktgruppen avgjør om et gitt segment er en sak for K-myndighetene, hvoretter nevnte priselastisitet og kryss-priselastisitetene mellom de produkter som kommer under koordinert (pris)ledelse påvirker i hvilken grad konkurransen reduseres og prisene øker som følge av samarbeidet.

2.3. Valg av funksjonsform

For å kunne representere tilbud og etterspørsel på en rimelig måte er valg av *funksjonsformer* viktig. I tråd med det som synes å være praksis, antar vi at bedriftene har konstant marginalkost innen det volumintervall som er relevant for analysen. Vi tar dog opp som eget punkt hvordan produksjonskapasitet kan innpasses i analysen. Ikke-lineære marginalkostnader eller driftsbetingede faste kostnader kan enkelt innpasses i en slik modell og beregning av løsning er sjelden noe problem. Det reelle problem for analysen er at en modell med stordriftsfordeler kan ha multiple løsninger. En optimal tilpasning for aktørene kan eventuelt innebærer blandete strategier, og kanskje enda verre, det er slett ikke sikkert at man blir klar over at det finnes flere løsninger¹².

¹² Det er praktisk talt umulig for en løsningsalgoritme å fastslå om det finnes flere løsninger. I de fleste modeller er nemlig en hver løsning lokalt unik, og dersom det er flere, er de spredt som isolerte punkter utover i rommet. Dette er som å gå i fjellet i tåke. Du gjenkjenner en topp når du er der, men lokalisert på toppen har du ingen indikasjoner på hvor eventuelle andre topper befinner seg fordi terrenget heller nedover i alle retninger.

Det som synes å ha opptatt de forskere som har anvendt numeriske modeller til fusjonsanalyse er valg av funksjonstype for representasjon av etterspørsel. Ulike funksjoner har ulike matematiske egenskaper, og egenskapene vektlegges ulikt ved hhv estimering og simulering¹³. For det første, kan estimering og simulering ansees som duale forhold i følgende betydning: I estimering er man opptatt av parametrene i en funksjon, mens variable som priser og kvanta er observasjoner. I simulering er man derimot opptatt av variablene, mens parametrene oppfattes som konstanter. En funksjon som ved estimering omtales som lineær (i parametre), kan i simuleringssammenheng være meget ikke-lineær (i variable), og omvendt¹⁴. Det som er en hensiktsmessig funksjonsform for estimering, kan gi en uegnet simuleringmodell, i betydningen at utledning av førsteordens-betingelser kan bli besværlig. Det er således en konflikt i valg av funksjonstype. Hvordan skal vi da velge? Kan vi eventuelt benytte ulike funksjoner i de to faser av analysen?

Ved estimering ønsker man å benytte en funksjon som er så fleksibel som mulig mht parametre for å kunne få mest mulig ut av data. Vanlig brukte funksjonsformer i fusjonsanalyser, f.eks. *Logit* og *Nested Logit*, er rigide og påtvinger elasticitetene verdier i bestemte forhold. (Se Nevo (1999).) Det ønsker vi ikke. På den annen side kan den påfølgende bruk av modellen kreve at funksjonen må tilfredsstille visse restriksjoner, f.eks. at egenpriselasticiteten dominerer summen av krysspriselasticiteter, slik at en generell prisøkning for vedkommende varegruppe faktisk gir redusert og ikke økt etterspørsel¹⁵. (Se kapittel 3.1.)

Ulike funksjoner gir ulike prediksjoner mht pris- og volumendring, og vi vet ofte i hvilken retning de trekker. Dersom man skal dokumentere en påstand, gjør man trolig best i å velge en modell som eventuelt har bias i favør av motpartens standpunkt. Dersom denne modellen slår ut i favør av vårt standpunkt, står det sterkt. Velger vi derimot en modell som har bias i vår favør, kan vi fort ha tapt hele saken når dette blir påvist via en modell som gir annet resultat. Dersom vi

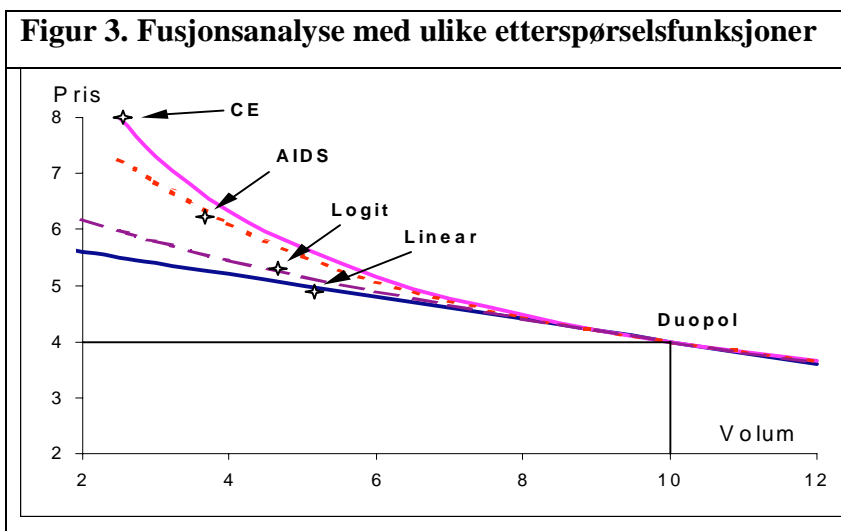
¹³ Med *estimering* menes bruk av økonometrisk metode for å fastlegge verdien på f.eks. en priselasticitet basert på observasjoner. En *simulering* tar disse estimerte størrelser for gitt og beregner bedriftens valg av pris (kvantum).

¹⁴ Produktfunksjonen $Y=AK^aL^b$ er ikke-lineær i variablene K og L (simulering), men lineær i parametre a og b på den ekvivalente formen: $\ln Y = \ln A + a \ln K + b \ln L$, som derfor anvendes i estimeringssammenheng.

¹⁵ Problemet her kan noe forenklet beskrives slik: Vi betrakter imperfekte substitutter, hvor en (partiell) prisøkning for produkt i antas å redusere etterspørsel etter eget produkt, men øke etterspørselen etter alle andre produkter. Dersom summen av positiv påvirkning på etterspørsel etter produkt i , ved en generell prisøkning for alle produkter, overstiger den negative effekten av egen prisøkning, går imidlertid etterspørselen opp.

har grunn til å tro at etterspørselskurven er konveks¹⁶, vil den lineære funksjon predikere lavest prisøkning, mens etterspørsel med konstant priselastisitet predikerer størst prisøkning.

Crooke m.fl. (1997) analyserer prisøkning som følge av fusjon med fire alternative etterspørselsfunksjoner: lineær, konstant priselastisitet (CE), Logit og AIDS¹⁷. To produsenter av et *homogent* produkt konkurrerer på pris. Pris-kvantums-løsning (merket duopol) før fusjon er felles for alle fire modeller. Se figur 3. Løsning etter fusjon avhenger av funksjons-form, og det er betydelig forskjell på disse løsningene. Mens den lineære funksjon predikerer 25% prisøkning, gir CE hele 100% prisøkning. Volumendringene er også meget ulike.

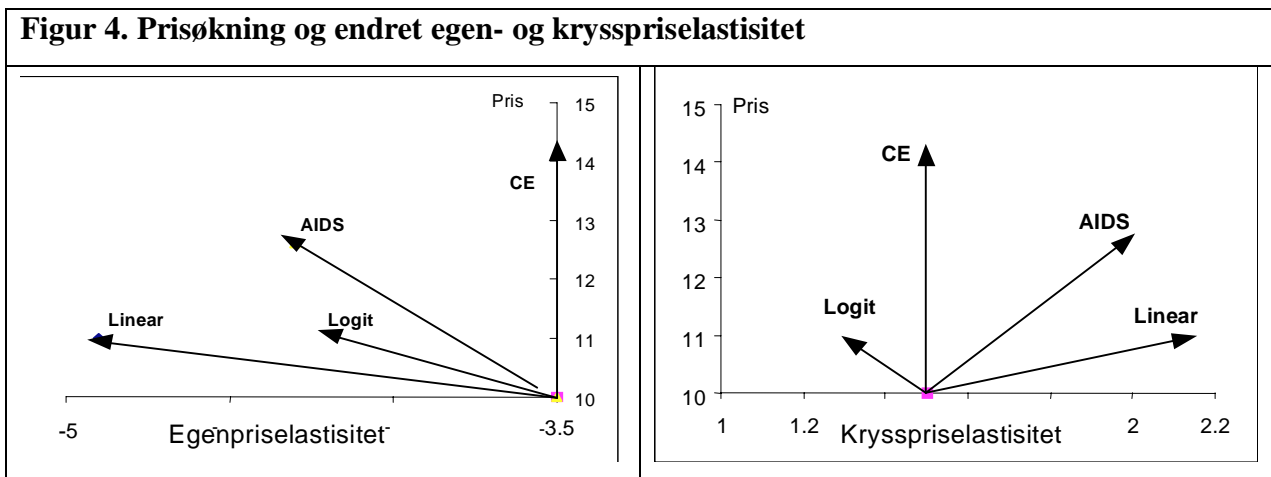


Alle fire funksjoner er kalibrert i punktet $(P, Q) = (4, 10)$ slik at de har lik priselastisitet ($\epsilon = -2$) der. Valg av funksjonsform innebærer en implisitt antakelse om hvordan priselastisiteten utvikler seg utenfor dette punkt. Mens CE har priselastisitet -2 i monopolløsningen, har den lineære funksjon en priselastisitet på -5 i monopolløsningen, hvor $P=5$ og $Q=5$.

¹⁶ Etterspørselen kan tenkes å være konkav. Anta at det finnes et nært substitutt til den produktgruppe man betrakter og at dette substitutt ikke er tatt med i analysen. Substituttets (eksogene) pris setter 'et tak' for prisen på de produktene som inngår i analysen. I en slik situasjon kunne en lineær funksjon predikere for høy pris. Tilsvarende kan etterspurt volum være begrenset oppad, f.eks. ved at det produkt man studerer er innsatsfaktor i produksjon hvor det utgjør en mindre del av den samlede innsats og hvor substitusjonsmulighetene med andre faktorer er begrenset.

¹⁷ AIDS er forkortelse for 'Almost Ideal Demand System'. Se Deaton og Muellbauer (1980).

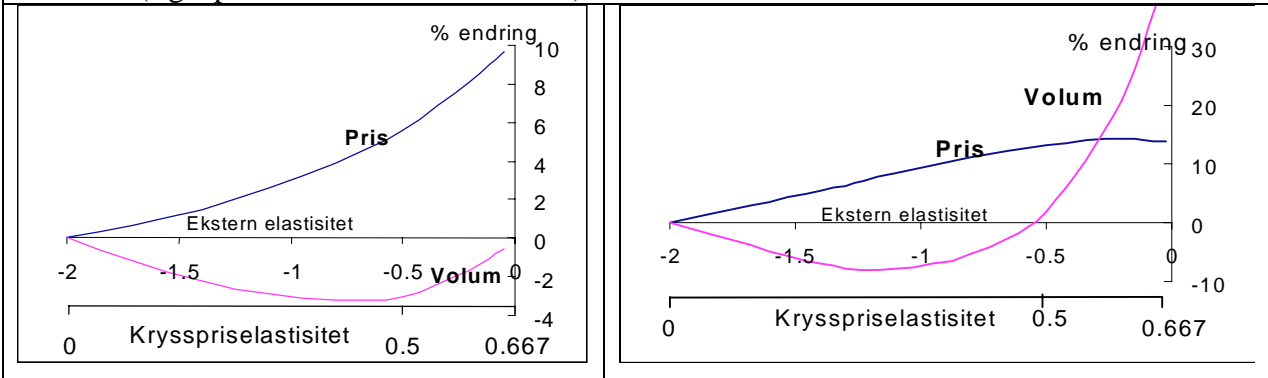
Anta at de to dupolistene selger *differensierte* produkter, hvorved vi får en modell med både egen- og krysspriselastisiteter. Anta videre at de to egenpriselastisitetene (ϵ_{ii}) er like og at de to krysspriselastisitetene (ϵ_{ij} , $j \neq i$) er like. I duopoløsningen er elastisitetene satt til hhv -3.5 og 1.5. Figur 4a og 4b viser hvordan egen- og krysspriselastisitetene endres i hver av de fire funksjonene når man går fra duopol til samarbeid, dvs. når prisen øker. Per definisjon endres ikke elastisitetene i CE-funksjonen. For de tre andre funksjonene gir prisøkning økt egenpriselastisitet. Krysspriselastisitetene endres imidlertid forskjellig vei; den reduseres for Logit-funksjonen, men stiger for den lineære funksjonen og for AIDS. Den lineære funksjon gir store endringer i elastisitetene, hvorved den gir minst endring i pris og kvantum. (Jfr. figur 3.)



La oss se på forholdet mellom elastisitetene. Effekten av egen prisøkning må rimeligvis kunne antas å dominere effekten av prisøkning på et konkurrerende produkt. Det betyr at egenpriselastisiteten har større tallverdi enn krysspriselastisiteten. Anta at vi studerer fusjon mellom to (av fire) produsenter i et oligopol. Anta videre at det er symmetri i etterspørselen, at $\epsilon_{ii} = -2$, $i = 1, \dots, 4$ og at alle krysspriselastisiteter er like, men at vi er usikre på tallverdi, dvs. $\epsilon_{ij} = \eta$ for alle $j \neq i$. Figur 4 viser hvordan to etterspørselsmodeller predikerer endring i samlet volum og gjennomsnittlig pris ved ulik størrelse på η . I venstre panel benyttes lineær etterspørsel, mens høyre panel har etterspørsel med konstant priselastisitet (CE). Når η er null, gir en fusjon ingen prisendring; bedriftene er da uavhengige monopoler. Når η er lav, predikeres prisøkning og volumreduksjon, og disse øker med η , hvilket er som forventet. De to modellen gir noe ulike prediksjoner, men det vet vi fra figur 3. Når η blir 'stor', blir resultatene imidlertid meningsløse. Vi tror

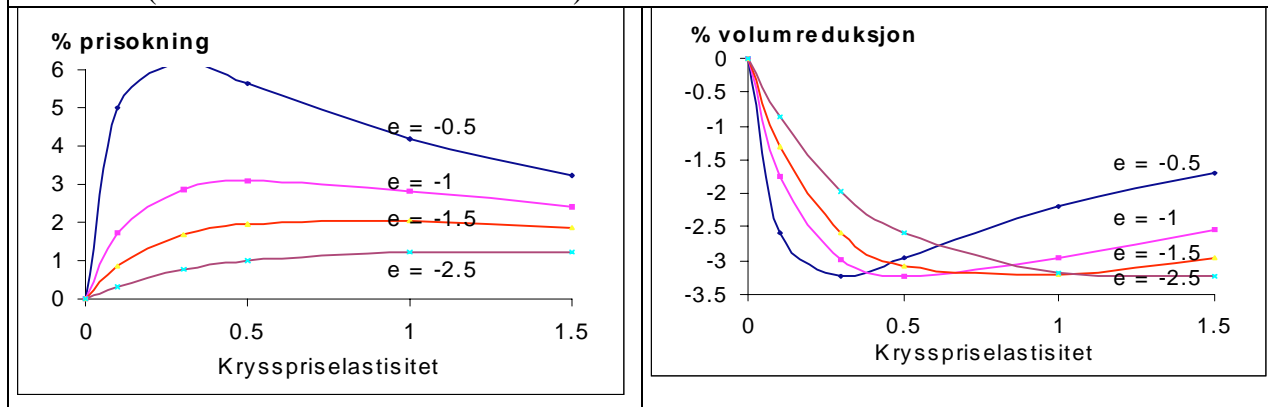
ikke på en modell som predikerer økt etterspørsel ved økt pris! (Begge modeller viser samme svakhet, men CE-modellen gir urimelige svar ved en lavere verdi for η .) Hva er galt?

Figur 5. Endring gjennomsnittlig pris og samlet volum ved ulike krysspriselastisitet
(Egenpriselastisitet holdt konstant)



I analysen bak figur 5 holdt vi egenpriselastisiteten konstant mens η økte. Det kan være en noe tvilsom eksersis. Summen av de partielle elastisiteter ($\epsilon_i = \sum_j \epsilon_{ij}$), foran tolket som elastisiteten i etterspørselen etter produktgruppen, er neppe nær null. Men vi ser fra figur 5 at ϵ_i går fra -2 mot 0 når η økes fra null mot 0.667¹⁸. La oss derfor øke egenpriselastisiteten (ϵ_{ii}) samtidig med η for å holde ϵ_i konstant. Figur 6 viser hvordan prosentvis endring i gjennomsnittlig pris og samlet volum etter fusjon avhenger av krysspriselastisiteten for ulike ϵ_i -verdier: -0.5, -1, -1.5 og -2.5.

Figur 6. Endring i gjennomsnittlig pris og samlet volum ved ulike priselastisiteter
(Ekstern elastisitet holdt konstant)



¹⁸ Når $\eta=2/3$, er ϵ_i null. Med perfekt uelastisk etterspørsel forstår vi figur 5a: Prisstigning, men ingen volumendring.

Disse verdiene spenner trolig ut det relevante intervall for produktgruppens elastisitet¹⁹. Resultatene er interessante. Det at vi studerer differensierte produkter er en indikasjon på at η neppe er nær null. Ser vi derfor bort fra den venstre del av de to figurene, fremtrer følgende nokså stabile bilde: Fusjonen fører til prisøkning på 1.5-4% og volumreduksjon på 2.5-3.25%, hvor en lav ekstern elastisitet (ϵ_i) gir størst prisøkning og minst volumendring. Skjønt de konkrete tallverdier i figuren neppe er generelle kan mønsteret være representativt, og figuren illustrerer hvordan modellen tilpasset et gitt marked kan gi viktig informasjon om pris- og volumendring.

Et siste og noe dypere poeng for valg av funksjonsform, angår det kriterium som er lagt til grunn i estimeringen ved beregning av de beste parameterverdier. Minste kvadraters metode f.eks. benytter en symmetrisk tapsfunksjon som tillegger lik vekt til avvik Δ og $-\Delta$, og fire ganger så stor vekt til 2Δ . Denne tapsfunksjonen vil sjelden karakterisere det som er den implisitte tapsfunksjon i en etterfølgende simuleringsmodell. Strengt tatt burde simuleringen vært foretatt under den usikkerhet som råder mht markedet, dets etterspørsel, kostnader, etc. og ikke innen rammen av en deterministisk modell med 'gjennomsnittlige' parameterverdier. For praktiske formål synes en slik metode å være umulig. Som en farbar tilnærming kunne man trekke parameterverdier fra de respektive (eventuelt simultane) fordelinger, og for hvert sett av parameterverdier beregne markedslikevekt, hvor man til slutt oppsummerte løsningsverdier for priser og kvanta ved deres respektive fordelinger. Crooke m.fl. (1997).)

I vår modellering har vi valgt å bruke den lineære funksjon. Den er enklest å behandle analytisk, slik at den passer best i en illustrasjons- og opplæringsammenheng. Som vist i figur 3 gir den også det mest konservative anslag for en prisøkning som følge av en fusjon. Velferdsmåling kan imidlertid være vanskelig med den lineære modellen²⁰. Her ville bruk av Logit eller AIDS være å foretrekke fordi disse etterspørselsfunksjoner kan utledes fra nyttemaksimering, dvs. til et gitt etterspørselssystem finnes det en nyttefunksjon som kan benyttes som velferdsindikator.

¹⁹ Jo snevrere marked og produktgruppe vi betrakter, jo høyere tallverdi vil vi anta at denne elastisiteten har.

²⁰ Det kan hende at etterspørselssystemet ikke er integrerbart ('non-integrability').

3. Kalibrering

Steen (2000) beskriver estimering av enkeltfunksjoner og systemer av funksjoner. Her skal vi redegjøre for hvordan vi kalibrerer en modell. Mange oppfatter estimering og kalibrering som substitutter – og i en viss grad er de det²¹. Men de er også komplementære. F.eks. vil etterspørsel estimert fra tidsseriedata ofte måtte nivåtilpasses (kalibreres) før en påfølgende simuleringsanvendelse; og av hensyn til en modells utsagnskraft, bør dens parameterverdier ha størst mulig empirisk validitet i form av estimerte etterspørsels- og kostnadsfunksjoner. En avgjørende forskjell på de to metoder er den tid som kreves. Mens estimering tar uker, er kalibrering en timesjobb. I praksis vil vi ende opp med å gjøre litt av begge deler, og den tid og de ressurser man har til rådighet setter grenser for hvor omfattende man kan gjøre estimeringsarbeidet.

Selv om vi har estimert etterspørsels- og kostnadsfunksjoner basert på observasjoner av priser og kvanta og således har de nødvendige elementer i en modell, vil vi ofte ønske å tilpasse funksjonene til en referanseversjon av modellen, en såkalt *benchmark*. Vi kan f.eks. ønske å gjøre en kontrafaktisk analyse av hvordan tilpasningen kunne ha blitt i et gitt historisk år dersom visse forhold hadde vært anderledes; eller vi skal analysere hvordan en investering eller fusjon vil påvirke markedsløsningen i et fremtidig år. I begge tilfeller ønsker vi å konstruere en modell som representerer en bestemt situasjon, og den vil mest trolig avvike fra det som måtte være gjennomsnitt i et eller annet historisk datasett.

3.1 Kalibrering av etterspørsel

La oss illustrere dette med kalibrering av etterspørsel. Anta at vi på grunnlag av observerte priser og kvanta har estimert parametrene a og b i funksjonen $x = ap^b$, hvor x og p betegner hhv. etterspurt kvantum og pris. Denne funksjonen har konstant priselastisitet (ϵ), hvormed $b = \epsilon$, mens a er en skiftparameter som posisjonerer funksjonen i pris-kvantums-diagrammet. Anta at resultatet av estimeringen er $x = 60p^{-1.4}$. Se figuren øverst i boks 3. Vi vil gjøre en analyse med utgangs-

²¹ Jfr. Willig (1991) og senere bruk av the Antitrust Logit Model i fusjonsanalyser (Werden og Froeb (1996)). Her benyttes 'rimelige' anslag for de to elastisitetsparametrene ϵ og β , og det er intet behov for estimering, ut over det man eventuelt måtte ha gjort for å anslå de enkelte bedrifters markedsandeler og disse to parametre.

punkt i et gitt punkt $(P, X)^{22}$, f.eks. siste års pris og volum. Anta at $(P, X) = (7, 5)$ ikke ligger på den estimerte kurven. Se øverste figur i boks 3. Vi vil konstruere en funksjon som skal passere gjennom punktet (P, X) og som skal ha konstant priselastisitet lik den estimerte, dvs. $\epsilon = -1.4$. Framgangsmåten er beskrevet til venstre for figuren. Vi ender opp med en kalibrert funksjon $x = 76.2p^{-1.4}$. Den har samme priselastisitet som den estimerte funksjon, men er skiftet utover i diagrammet for å passe til vårt formål²³.

Boks 3. Kalibrering av etterspørselsfunksjon	
<p>i) Konstant priselastisitet: $x = ap^b$</p> <p>Benytt $x = ap^b$ til å uttrykke $a = xp^{-b}$. Fastsett $b = \epsilon$, dvs. den estimerte priselastisitet. Fastsett deretter $a = XP^{-\epsilon}$.</p> <p>Funksjonen $x = ap^b [=X(p/P)^\epsilon]$ går gjennom punktet (P, X), har priselastisitet ϵ, og viser endring i p og x i forhold til P og X som funksjon av den estimerte priselastisitet, dvs. $(x/X) = (p/P)^\epsilon$.</p> <p>Eks.: La $(P, X) = (7, 5)$ og $\epsilon = -1.4$. Sett $b = \epsilon = -1.4$ og $a = XP^{-\epsilon} = 5 \cdot 7^{1.4} = 76.227$. Kalibrert funksjon: $x = 76.227P^{-1.4}$.</p>	
<p>ii) Lineær etterspørsel: $x = a + bp$, hvor $dx/dp = b$.</p> <p>Benytt definisjon av priselastisitet $\epsilon \equiv (dx/dp)(p/x) = b(p/x)$, til å uttrykke $b = \epsilon(x/p)$. Fastsett $b = \epsilon(X/P)$ og beregn deretter a fra ii), dvs. bruk $a = x - bp$ til å finne $a = X - bP = X(1 - \epsilon)$.</p> <p>Funksjonen $x = a + bp$ går gjennom (P, X), og har priselastisitet som varierer med (p/x).</p> <p>Eks.: La $(P, X) = (7, 5)$ og $\epsilon = -1.4$. Sett $b = \epsilon(X/P) = -1.4 \cdot 5/7 = -1$ og $a = 5(1 + 1.4) = 12$. Kalibrert funksjon: $x = 12 - P$.</p>	

Vi har også kalibrert en lineær funksjon til det samme observasjonspunkt (P, X) og med samme priselastisitet i dette punkt (per konstruksjon). I en omegn om (P, X) er de relativt like, og vi kan ofte knapt skille de fra hverandre basert på de observasjoner vi måtte ha. I så fall må andre for-

²² Vi bruker små symboler for variable og store for de korresponderende observerte verdier.

²³ Når X' tolkes som fjorårets volum, kan X tolkes som prediksjon for årets etterspurte volum til prisen P , hvor $X - X'$ er veksten i etterspørselen over året.

hold enn våre observasjoner komme i betraktning ved valg mellom funksjonstyper. Ved store prisendringer kan de gi betydelige forskjeller. (Jfr. figur 3 og diskusjonen i kapittel 2.)

Bruken av den estimerte funksjon er et viktig moment ved valg av funksjonstype. Som eksempel, betrakt monopolets tilpasningsbetingelse $p(1+1/\epsilon) = mc$. Så lenge $mc > 0$, viser betingelsen at etterspørselen må være elastisk ($\epsilon < -1$)²⁴ i tilpasningspunktet. Det er derfor meningsløst å bruke etterspørsel med konstant priselastisitet $\epsilon > -1$ i analyse av monopolets tilpasning. Stilt overfor en slik etterspørsel ville en tilbyder ønske å øke prisen uendelig fordi hver prosentvis prisøkning ville medføre en relativt mindre volumreduksjon, hvorved overskuddet ville øke over alle grenser. Denne pengepumpen motsvares av at FOB ikke har noen løsning. Den lineære funksjon er uproblematisk fordi vi vet at dens elastisitet går mot minus uendelig når kvantum går mot null.

Innen simulering (av likevektsmodeller) synes det å være gjort relativt lite mht å avdekke ulike funksjonsformers fordeler og ulemper. Et unntak er Crooke m.fl. (1997) som ble referert i kapittel 2.3. Det er mange funksjonsformer vi kunne anvende. Det kritiske spørsmål er om man noen gang vil få gode nok data til å diskriminere mellom disse på empirisk grunnlag. Krysspriselastisitetene utviklet seg ulikt i figur 4b. For AIDS og den lineære funksjon stiger den, men faller for Logit. Er det sannsynlig at man basert på data fra et gitt marked skal kunne diskriminere mellom disse ulike matematiske egenskaper, dvs. stigende kontra fallende krysspriselastisitet ved prisøkning? Hvis ikke, hvordan skal vi da velge mellom disse funksjonstyper?

Kalibrering av et etterspørselssystem

La x_i og p_i betegne hhv. volum og pris for produkt i , $i = 1, \dots, n$, og la oss bruke lineære etterspørselsfunksjoner. Etterspørsel etter produkt i som funksjon av priser p_j , $j = 1, \dots, n$, er da

$$(2) \quad x_i = d_i + \sum_j a_{ij} p_j, \quad i = 1, \dots, n,$$

hvor d_i og a_{ij} er parametre. Jfr. Boks 3. Vi analyserer konkurransen i markeder med differensierte produkter som er imperfekte substitutter. (2) må derfor ha følgende egenskaper: Etterspørselen

²⁴ En Cournot-oligopolist (homogent produkt) finner tilpasning hvor $p(1+m_i/\epsilon) = c_i$, hvor m_i er hans markedsandel. Betingelsen innebærer at $-\epsilon > m_i$, for alle i , for at det skal finnes løsning. Crooke m.fl. (1997) rapporterer at ved Monte Carlo simulering av en modell med CE-etterspørsel, prissetting og fusjon, fant man ikke løsning for 202 av 2000 datasett. Trolig innebar disse datasett inkonsistens mellom antatt atferd og tilfeldig trukket priselastisitet.

etter produkt i reduseres når p_i øker, den øker når en annen pris (p_j) øker, og den reduseres når alle priser øker (med et likt beløp). Ettersom $\partial x_i / \partial p_j = a_{ij}$, stiller disse egenskaper følgende krav til parametrene a_{ij} , $i, j=1, \dots, n$:

$$(3) \quad \text{i) } a_{ii} < 0, \quad \text{ii) } a_{ij} > 0, \quad j \neq i, \quad \text{og} \quad \text{iii) } -\sum_j a_{ij} > 0 \quad \text{eller} \quad |a_{ii}| > \sum_{j \neq i} a_{ij}, \quad i=1, \dots, n.$$

De to første kravene er velkjente fra introduksjonskurs i mikroøkonomi. Den tredje egenskapen, som innebærer at egenprisvirkningen dominerer summen av kryssprisvirkninger, er kjent bl.a. i teorien for generell likevekt, f.eks. i betingelser for entydighet av likevekt, prissystemets stabilitet (*gross substitutability*), input-output analyser, osv. Mens egenskapene er veldefinerte matematisk sett, er ikke vår intuisjon angående a_{ij} -parametrenes tallverdier spesielt velutviklet. Derimot kan vi ha rimelig god peiling på korresponderende elastisiteter. De gir et mål på endring i etterspørsel som følge av endring i pris – hvilket er sentralt i komparativ statikk. Partielle priselastisiteter for (2) er definert som følger:

$$\varepsilon_{ij} \equiv (\partial x_i / \partial p_j)(p_j / x_i) = a_{ij}(p_j / x_i), \quad i = 1, \dots, 4 \quad \text{og} \quad j = 1, \dots, 4.$$

Estimater for priselastisiteter er vårt utgangspunkt for etterspørselskalibrering.²⁵ (Jfr. Boks 3.)

Etterspørselsmodell nr. 1

La oss illustrere kalibrering av et lineært etterspørselssystem i en modell med fire produsenter som hver selger sin variant av et differensiert produkt i et usegmentert marked. Dersom vi har estimert et lineært etterspørselssystem gjenstår eventuelt å justere konstantleddet. (Jfr. boks 3 og (5) nedenfor.) Anta imidlertid at vi ikke har estimert noe etterspørselssystem eller priselastisiteter for dette marked, kun observerte kvanta og priser som vist i tabell 2. Anta videre at det ikke er noen klar segmentering blant produktene i den forstand at noen produkter er nære substitutter mens andre er mer fjerne; men at alle er like nære. I lys av diskusjonen i kapittel 2.3 og innsikten fra figurene 5 og 6, foreslås følgende fremgangsmåte: Bestem først et sett av priselastisiteter. Tilpass deretter parametre a_{ij} og d_i slik at funksjonene har de valgte elastisiteter i det observerte pris-kvantums-punkt. Elastisitetene kan kalibreres slik:

- i) Anslå den eksterne elastisitet $\varepsilon_i = \sum_j \varepsilon_{ij}$, dvs. summen av de partielle priselastisiteter.

²⁵ Alternativt kan man ta utgangspunkt 'diversion-ratios', definert som $(\varepsilon_{ij} X_j / \varepsilon_{ii} X_i)$ og fortolket som det antall kunder som fanges opp av produkt j når prisen på produkt i økes. Se Shapiro (1995).

- ii) Anta at alle krysspriselasiteter er like: $\epsilon_{ij} = \eta$, og anslå denne tallverdi η , hvoretter
- iii) egenpriselasiteten beregnes residualt: $\epsilon_{ii} = \epsilon_i - \sum_{j \neq i} \epsilon_{ij} = \epsilon_i - (n-1)\eta$, $i=1, \dots, n$

Når det gjelder konkrete verdier, vil man måtte trekke på det som er tilgjengelig av estimater fra tilsvarende markeder, teoretisk innsikt, etc. Her, uten noe bransje- eller markedsangivelse, stipuleres $\epsilon_i = -1$ og $\eta = 0.5$, hvormed $\epsilon_{ii} = -2.5$ ²⁶. Se tabell 2. La oss nå kalibrere (2), dvs. beregne verdier for parametrene d_i og a_{ij} . Anta at elastisitetene i tabell 2 gjelder i de angitte pris- og kvantumspunkter (X_i og P_j), dvs.

$$\epsilon_{ij} = a_{ij}(P_j/X_i), \quad i = 1, \dots, 4 \text{ og } j = 1, \dots, 4.$$

a_{ij} kalibreres fra den inverterte relasjon,

$$(4) \quad a_{ij} = \epsilon_{ij}(X_i/P_j).$$

F.eks. kalibreres $a_{21} = 0.5(3/0.5) = 3$. d_i kalibreres fra (2) med innsatte a_{ij} verdier (fra 4) og observerte pris- og kvantumstall,

$$(5) \quad d_i = X_i - \sum_j a_{ij} P_j, \quad i = 1, \dots, 4.$$

De kalibrerte koeffisienter (d_i og a_{ij}) fremgår av tabell 2s høyre del. Fordi referansepunktene er like (de fire produktene har like volumer og priser) og $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$, blir $a_{ij} = a_{ji}$. Se (4). Etterspørselen etter for eksempel produkt 1 er:

$$x_1 = 6 - 15p_1 + 3p_2 + 3p_3 + 3p_4.$$

²⁶ Jfr. bruken av Logit-funksjonen hvor man stipulerer en verdi for ϵ ('the aggregate elasticity of inside goods'). Parameteren korresponderer til vår ϵ_i , altså summen av partielle priselasiteter. Logit-parameteren β påvirker nivået på de partielle elastisiteter og korresponderer til vår η . Den lineære modellen parameteriseres derfor like enkelt som *Logit*-modellen. Dersom vi har mer informasjon om strukturen i etterspørselen, f.eks. at produktene kan inndeles i segmenter, kan det lineære systemet utvides, analogt til *Nested Logit*. Se etterspørselsmodell nr 2.

Tabell 2. Data og kalibrerte koeffisienter for etterspørselsmodell nr 1.

Nr. <i>i</i>	Pris (P_i) (1000 kr)	Volum (X_i) (mill)	Egen- og krysspriselasititeter				Kalibrerte koeffisienter				
			ϵ_{ij}				d_i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}
1	0.5	3	-2.5	0.5	0.5	0.5	6	-15	3	3	3
2	0.5	3	0.5	-2.5	0.5	0.5	6	3	-15	3	3
3	0.5	3	0.5	0.5	-2.5	0.5	6	3	3	-15	3
4	0.5	3	0.5	0.5	0.5	-2.5	6	3	3	3	-15

Etterspørselsmodell nr 2

La oss for senere bruk konstruere en modell med to bedrifter **A** og **B** som selger i to segmenter av markedet, kalt **O** og **L**, slik at det er fire tilbudte produkter. De benevnes hhv. AO og AL for bedrift **A** og BO og BL for bedrift **B**. Produktene er differensierte og produkter i samme segment (f.eks. AO og BO) er nærmere substitutter og har høyere krysspriselasitet, enn produkter i ulike segmenter (f.eks. AO og AL). Vi setter noe vilkårlig $\epsilon_i = -1$. Videre stipulerer vi $\epsilon_{ij} = 1$ mellom produkter innen et segment og $\epsilon_{ij} = 0.25$ mellom produkter i ulike segmenter. Det følger da at $\epsilon_{ii} = -2.5$. Data og kalibrerte koeffisienter er vist i tabell 3. Boks-strukturen i matrisen med elastisiteter (ϵ_{ij}) og koeffisienter (a_{ij}) avspeiler markedssegmenteringen.

Tabell 3. Data og kalibrerte koeffisienter for etterspørselsmodell nr 2.

Produkt <i>i</i>	Pris (P_i) (1000 kr)	Volum (X_i) (mill)	Egen- og krysspriselasititeter				Kalibrerte koeffisienter				
			ϵ_{ij}				d_i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}
1 AO	0.5	3	-2.5	1	0.25	0.25	6	-15	6	1.5	1.5
2 BO	0.5	3	1	-2.5	0.25	0.25	6	6	-15	1.5	1.5
3 AL	0.5	3	0.25	0.25	-2.5	1	6	1.5	1.5	-15	6
4 BL	0.5	3	0.25	0.25	1	-2.5	6	1.5	1.5	6	-15

De lineære systemer i tabellene 2 og 3 har de oppgitt priselasiteter i de pris-kvantums-punkter som er angitt. Elastisitetene er større (i tallverdi) for høyere priser. (Jfr. figur 4a.) Egenprisvirkningen er negativ ($\partial x_i / \partial p_i = a_{ii} < 0$), mens kryssprisvirkningene er positive ($\partial x_i / \partial p_j = a_{ij} > 0, i \neq j$); produktene er altså substitutter. De er imidlertid ikke perfekte substitutter ettersom $|a_{ii}| > a_{ij}, i \neq j$. Disse egenskaper følger trivielt fra de angitte priselasiteter.

Substituer inn for a_{ij} fra (4) i (5)

$$d_i = X_i - \sum_j a_{ij} P_j = X_i - \sum_j \epsilon_{ij} X_j = X_i (1 - \sum_j \epsilon_{ij}).$$

Det er selvsagt økonomisk meningsløst om vi kalibrerer et system hvor $d_i < 0$. Litt ettertanke tilsier tvert imot at $d_i > X_i$ - i motsatt fall har funksjonene 'feil helning'. Et fornuftig etterspørselssystem må derfor tilfredsstille

$$d_i - X_i = - \sum_j a_{ij} P_j = - (X_i) \sum_j \epsilon_{ij} > 0,$$

som igjen betyr

$$(6) \quad \epsilon_i = \sum_j \epsilon_{ij} > 0, \text{ og altså } |\epsilon_{ii}| > \sum_{j \neq i} \epsilon_{ij}.$$

(6) sier at en prosent økning i alle priser reduserer etterspørselen med ϵ_i %. Konsekvensen av (6) er at vi ikke fritt kan sjonglere med én eller et par av de partielle elastisiteter i den komparative analyse. Vi må ta tilbørlig hensyn til systemets makro-atferd som uttrykt ved ϵ_i . Normalt vil vi fastlegge verdien på ϵ_i som vist foran. (Jfr. Werden og Froeb (1996).)

Den indirekte etterspørsel

I Q-modellen benyttes den inverse etterspørsel. La \mathbf{x} , \mathbf{p} , \mathbf{d} og \mathbf{e} betegne kolonnevektorer med n elementer og la \mathbf{A} og \mathbf{B} betegne $(n \times n)$ matriser. Etterspørselssystemet (2) kan da skrives som

$$(2') \quad \mathbf{x} = \mathbf{d} + \mathbf{A}\mathbf{p},$$

hvor \mathbf{A} er matrisen med a_{ij} -parametre og \mathbf{d} er vektoren med d_i -parametre. Anta at $\mathbf{B} \equiv \mathbf{A}^{-1}$ eksisterer²⁷. Da kan priser (\mathbf{p}) som funksjoner av kvanta (\mathbf{x}) skrives som

$$(7) \quad \mathbf{p} = -\mathbf{B}\mathbf{d} + \mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{e} + \mathbf{B}\mathbf{x},$$

hvor $\mathbf{e} \equiv -\mathbf{B}\mathbf{d}$. (2') løses altså mhp \mathbf{p} . Når matrisen \mathbf{A} i den direkte etterspørsel er kalibrert som nevnt over og tilfredsstillende (3), vil det inverse etterspørselssystem ha koeffisienter $b_{ij} \leq 0$ ²⁸, og dersom $\mathbf{d} > 0$, er $\mathbf{e} > 0$. (Se tabell 4.) Fortolkningen av at $\partial p_i / \partial x_j = b_{ij} < 0$, er at betalingsviljen for

²⁷ En $n \times n$ -matrise $A=[a_{ij}]$ sies å ha *dominant diagonal* dersom det finnes tall v_1, \dots, v_n slik at $v_i |a_{ii}| > \sum_{j \neq i} v_j |a_{ij}|$, $i=1, \dots, n$. (Velg $v_i=1$, $i=1, \dots, n$, og vi har tredje betingelse i (3).) En matrise $A=[a_{ij}]$ som har dominant diagonal hvor $a_{ii} < 0$ for alle i og $a_{ij} \geq 0$ for alle $j \neq i$, er ikke-singulær, dvs. $B \equiv A^{-1}$ eksisterer, og $b_{ij} \leq 0$. (Takayama (1974), kapittel om 'dominant diagonal matrices'.)

²⁸ Sammenhengene mellom matriser \mathbf{A} og \mathbf{B} og diagonal dominans har dukket opp innen en rekke områder. (Se Quirk (1968) og Takayama (1974).) Kolstad og Mathiesen (1987) omtalte slike egenskaper angående eksistens av entydig Cournot-likevekt og beregning av likevekt for differensierte produkter (Kolstad og Mathiesen (1991).)

produkt i synker jo flere enheter som etterspørres (konsumeres) av en hvilken som helst produkt-variant j . I \mathbf{B} er det ikke noe krav at $|b_{ii}| > \sum_{j \neq i} |b_{ij}|$.

Tabell 4. Koeffisienter i den indirekte etterspørselsmodell nr 1

Produkt	e_i	b_{i1}	b_{i2}	b_{i3}	b_{i4}
1	1	-0.083	-0.028	-0.028	-0.028
2	1	-0.028	-0.083	-0.028	-0.028
3	1	-0.028	-0.028	-0.083	-0.028
4	1	-0.028	-0.028	-0.028	-0.083

Systemet $\mathbf{p} = \mathbf{e} + \mathbf{B}\mathbf{x}$ (eller mer generelt $p = f(x)$) kan estimeres dersom det er naturlig). Gitt at man ikke har et estimert system må det kalibreres. Kan $\mathbf{p} = \mathbf{e} + \mathbf{B}\mathbf{x}$ kalibreres direkte fra observasjonene og elastisitetene i tabell 2 uten å gå via \mathbf{A} ? I modeller med etterspørsel etter ett (homogent) produkt går vi fra direkte etterspørsel ($x = d + ap$) til den indirekte ($p = e + bx$) ved å beregne $b = 1/a = (1/\epsilon)(P/X)$. Det kunne derfor være nærliggende å sette $b'_{ij} = (1/a_{ij}) = (1/\epsilon_{ji})(P_i/X_j)$, dvs. beregne hver enkelt koeffisient i \mathbf{B} separat på samme måte som for \mathbf{A} . Denne fremgangsmåte er imidlertid feil. Generalisering av $b = 1/a$ fra det en-dimensjonale til n dimensjoner er invertering, altså $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$. For kryssprisvirkninger ($i \neq j$) gir den 'kjappe' metoden åpenbart feil svar. Vi innser lett at $b'_{ij} > 0$, altså har samme fortegn som ϵ_{ij} , mens tabell 4 viser at $b_{ij} < 0$. Uten at \mathbf{A} inverteres, framkommer ikke denne egenskapen. Merk også at $b_{ii} \neq 1/a_{ii} = -0.0667$, skjønt fortegn er likt. Vi blir trolig noe forledet av enkelheten når vi betrakter kun én likning i én variabel, som i analyser med homogene produkter.

3.2 Kalibrering av modell.

Vi argumenterte for at (P, X) skulle være en referanseløsning (*benchmark*) i vår komparativt statiske analyse. Derfor la vi etterspørselsfunksjonen gjennom dette punktet. Er vi garantert at den kalibrerte modell faktisk har (P, X) som likevekt?

Problemet kan illustreres ved følgende enkle eksempel. Betrakt et marked med én tilbyder som vi antar opptrer som monopolist og har marginalkost 4 og fast kostnad F , hvor etterspørselen er antatt å ha priselastisitet $\epsilon = -1.4$ og hvor siste års pris og kvantum ($P=7$ og $X=5$) brukes for å

anslå markedets størrelse. La oss bruke lineær etterspørsel. I boks 3 fant vi $x = 12 - p$. Kostnadene $C(x) = (4x+F)$ og overskuddet $\Pi = (12-p)p - (4x+F)$. Optimal monopolpris tilsier

$$d\Pi/dp = 12 - 2p - 4(-1) = 16 - 2p = 0,$$

som gir $p^* = 8$ og $x^* = 4$, altså forskjellig fra ($P = 7$ og $X = 5$). Hvor ligger hunden begravet?

La oss strukturere de datatyper vi bruker og de antakelser vi gjør:

- A1. Referansepunkt: $(P, X) = (7, 5)$.
- A2. Priselastisitet: $\varepsilon = -1.4$
- A3. Lineær etterspørselsfunksjon. (A1-A3 gir $x = 12-p$.)
- A4. Kostnader: $c = 4$ og $F = F'$, som gir $C(x) = 4x + F'$.
- A5. Atferd: monopolist.

A1-A5 er inkonsistente opplysninger i betydningen at (P, X) ikke er modellens løsning. Ved å fravike eller endre på én av våre observasjoner/antagelser (A2-A5)²⁹ kan vi få en modell som har løsning $p^* = 7$ og $x^* = 5$. F.eks. vil $\varepsilon = -2.33$ (i $P=7$ og $X=5$) (A2), eller etterspørsel med konstant priselastisitet (A3), eller $c = 2$ (A4), eller 'begrenset' monopol atferd (A5), gi denne løsning. Alle størrelser og antakelser A2-A5 er usikre for en utenforstående analytiker. Selv et estimert etterspørselsystem er ikke mer enn et beste anslag gitt data og den valgte kriteriefunksjon. I praksis koker derfor kalibreringsproblemet ned til spørsmål om hvilke av forutsetningene A2-A5 vi stoler mest på og hva skal vi bruke modellen til.

Kalibrering av P-modell

La oss vende tilbake til etterspørselsmodell nr. 1. Hvordan skal vi kalibrere hele likevektsmodellen? Hvilke bindinger pålegger P-modellen oss dersom vi ønsker at modellens likevekt skal være lik observerte kvanta og priser (*benchmark*)? FOB for optimale priser ifølge en Nash atferd er (se (10) nedenfor)

$$\partial\Pi_i/\partial p_i = x_i + a_{ii}(p_i - c_i) = x_i + \varepsilon_{ii}(X_i/P_i)(p_i - c_i) = 0, \quad i = 1, \dots, 4,$$

hvor vi benyttet kalibreringen av a_{ii} , nemlig $a_{ii} = \varepsilon_{ii}(X_i/P_i)$. For å oppnå en likevekt (x_i^*, p_i^*) hvor $x_i^* = X_i$ og $p_i^* = P_i$ må vi derfor ha at

$$X_i(1 + \varepsilon_{ii}(P_i - c_i)/P_i) = 0,$$

²⁹ Alternativt kan vi droppe kravet om at modellen skal ha (P, X) som løsning.

som gir

$$(9) \quad (P_i - c_i)/P_i = -1/\epsilon_{ii},$$

dvs. uavhengig av X_i . (9) er en sammenheng mellom tre parametre, P_i , c_i og ϵ_{ii} .³⁰ Når vi bruker likevektsbetingelsen, altså (9), kan ikke de tre fastsettes uavhengig av hverandre. Vi mister en frihetsgrad. Dette forklarer hvorfor bedriftens marginale kostnad c_i kan utledes (kalibreres) fra (9). La oss anvende denne metode for etterspørselsmodell nr. 1, hvor $P_i = 0.5$ og $\epsilon_{ii} = -2.5$. (Se tabell 2.) Vi får da $c_i = P_i(1+1/\epsilon_{ii}) = 0.5(1-0.4) = 0.3$.

Alle målefeil angående priselastisitetens størrelse og usikkerhet omkring atferdstype, likevekt etc. havner i den kalibrerte kostnadsparameteren, og det gis ingen garanti for at denne blir av rimelig størrelse. Ved bruk av Logit-funksjonen for etterspørsel, tilskrives gjerne observerte markedsandeler ulike marginalkostnader slik at bedriften med størst markedsandel har lavest marginalkostnad, og omvendt. (Werden og Froeb (1996).) Variasjonsbredden i de kalibrerte marginalkostnader kan bli meget stor.

Det er grunn til å tro at man i noen sammenhenger må kunne ha såvidt god informasjon om kostnader (fra regnskaper og andre kilder) at de bør kunne brukes direkte. Anta derfor at vi er rimelig sikre på de marginale produksjonskostnader, nemlig at $c_i = 0.2$, mens elastisitetene mer er gjetninger enn sikker informasjon. La oss holde på P_i og c_i og kalibrere ϵ_{ii} fra (9), hvilket gir $\epsilon_{ii} = -1.67$. Hva skal vi så gjøre med krysspriselastisitetene? Summen av partielle elastisiteter (den eksterne elastisitet (ϵ_i)) er nå -0.167 , hvilket er så nær null at modellen kan gi meningsløse resultater ved simulering av en fusjon. (Jfr. figur 4.) Skal vi redusere krysspriselastisitetene?

³⁰ Merk at krysspriselastisiteten er uten betydning for en referanseløsning med Nash-atferd. Jfr. kalibrering i en frikonkurranselikevekt ($p=mc$), hvor egenpriselastisiteten er uten betydning for benchmark, og sammenlikn med en ledermodell (kap. 4.3) hvor også krysspriselastisitetene har betydning for benchmark. Disse ulikheter skyldes de ulike atferdshypoteser som legges til grunn i modellene. I frikonkurranse tas prisen for gitt; aktørene bryr seg ikke om priselastisiteter. En Nash-aktør tar hensyn til at han påvirker prisen, men antar at hans marginale tilpasning ikke avstedkommer respons, altså ignoreres krysspriselastisiteten. Lederen tilpasser seg optimalt til følgernes respons og iakttar således krysspriselastisitetene i tillegg til egenpriselastisiteten.

Observer imidlertid at fordi om en eller flere av elastisitetene ikke har betydning 'bench mark', er de vesentlige i simuleringen vha modellen når vi utsetter den for parameterskift, f.eks. ved fusjon, kostnadsreduksjon, etc. De avgjør hvor store endringer det blir i de ulike variable. Betrakt figuren i boks 3. 'Bench mark' (P, X) avhenger av budsjett- eller kostnadsandeler. Endringer i pris og kvantum som følge av et sjokk, dvs. endring langs etterspørselskurven, avhenger av kurvens bratthet (og krumning), dvs. elastisiteten.

Vi kunne alternativt valgt å modifisere atferdsantakelsen (Nash) og heller kalibrert den ved hjelp av et konjunkturalt variasjonsledd. (Se kap. 5.3). Eller vi kunne gi slipp på antakelsen om at vi har observert en likevekt og anvendt våre anslag for alle tre parametre: P_i , c_i og ε_{ii} . Den resulterende løsning $(p^*, x^*) = (0.43, 3.43)$ ville vi ta som referanse i senere simuleringer. Den har lavere pris og høyere kvantum fordi observert marginalkost (0.2) er lavere enn den kalibrerte (0.3) som er konsistent med likevekt.

Spiller det noen rolle for den etterfølgende komparativt statiske analyse hvilken referanseløsning vi benytter, så lenge vi holder oss til én? Trolig ikke. Se eksempel i kapittel 4.2 og tabell 6.

Kalibrering av Q-modell

FOB for optimale kvanta (x_i^*) er (se (11) nedenfor)

$$\partial \Pi_i / \partial x_i = p_i + b_{ii} x_i - c_i = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

For å oppnå en likevekt (x_i^*, p_i^*) hvor $x_i^* = X_i$ og $p_i^* = P_i$ må vi derfor ha at

$$P_i + b_{ii} X_i - c_i = 0, \quad i = 1, \dots, n,$$

hvor hver likning er en sammenheng mellom fire parametre, hvorav én ikke kan fastsettes uavhengig av de andre tre. Anta at vi ønsker å holde på P_i og X_i og etterspørselssystemet, her representert med koeffisienten b_{ii} , og tilpasse marginalkostnaden. Vi får da

$c_i = P_i + b_{ii} X_i = 0.5 - 0.083(3) = 0.25$. Den kalibrerte marginalkostnad er her 0.25, mens vi i P-modellen foran kalibrerte marginalkostnaden til 0.3. Kapittel 2.2 viste at P- og Q-modellene ga ulike løsninger for like parametre. Her har vi kalibrert modellene til å gi samme løsning og de må da nødvendigvis ha ulike parametre. Spørsmålet er altså: Hvilke data og forutsetninger tror vi mest på?

4. Modellering

I dette kapittel formuleres modeller for de vanligste atferdstyper for oligopol i differensierte produkter: Nash-modeller (en generalisering av Cournot- og Bertrand-modeller til differensierte produkter), samarbeid mellom produsenter og en leder-følger-modell. Vi antar at bedriftens marginalkostnad for tilvirkning og salg av det enkelte produkt er konstant³¹. I kapittel 4.4 viser vi hvordan kapasiteter kan innpasses hvorved vi oppnår en noe rikere beskrivelse av tilbudssiden.

Det sentrale punkt i et oligopol er at hver aktør innser at han påvirker prisen(e) i markedet og derigjennom sine konkurrenter. I Nash-modellen antas aktøren å fastsette sin pris (sitt kvantum) uten å kjenne til hva konkurrentene velger (simultane handlinger). Han vet at hans egen handling påvirker konkurrentene; at hver enkelt konkurrent vet at han påvirker de andre, at alle vet at de andre vet at han påvirker de, osv. Hva skal han da tro om konkurrentenes tilpasning og om deres reaksjon på hans handling? Nash-atferden er at hver aktør tar sine konkurrenters handlinger for gitt og velger sin beste respons til disse. Vi modellerer en likevekt hvor per definisjon ingen aktør vil ønske å endre sin beslutning når han ser hva de andre faktisk har valgt. Nash-atferden fører til en slik tilpasning.

Willigs modellkonsept for analyse av *unilateral effects* av fusjon (Willig (1991)), er at bedriftene i utgangspunktet tilpasser seg som prissettende Nash-oligopolister. Hver og en antar at hans *marginale* prisendring ikke blir møtt av en reaksjon fra konkurrentene, dvs. $\partial p_j / \partial p_i = 0$, for alle (konkurrenter) $j \neq i$. Scherer (1991) kritiserer denne antakelsen³²

'We have known at least since Edward Chamberlain published his famous book nearly sixty years ago that these were rather unrealistic assumptions. [...] My own analysis revealed that Kellogg's upward price leadership was followed by major rivals General Mills and General Foods.'

Empiriske studier har vist at for enkelte bransjer forklarer en ledermodell observasjoner bedre enn Nash-atferd. Haskel og Scaramozzino (1997) finner i en studie av tre britiske bransjer, at

³¹ Mens antakelsen om konstant marginalkostnad kan bety en vesentlig forenkling i analytisk arbeid, er den av liten betydning for gjennomføring av en numerisk analyse, med ett viktig unntak. En prismodell med ikke-konstant mc kan ha multiple løsninger, hvilket både kan skape numeriske problemer og vanskeliggjøre fortolkning. I kapittel 4.2, i avsnittet om kostnadsbesparelser ved samarbeid, illustreres bruk av en fallende mc-kurve.

³² En alternativ fortolkning av Scherers observerte prisendringer, er at de er utslag av koordinert prissetting (f.eks. 'tacit collusion') og ikke prislederskap.

'leaders expect aggressive responses, and followers are Cournot players.' De tester hvorvidt den *konjekturale variasjon* (se nedenfor) er forskjellig fra null eller ikke, og finner at den er signifikant forskjellig fra null; ulik for forskjellige aktører, og en enkelt konkurrents respons avhenger av hans fysiske og finansielle kapasitet.³³ Det er etter hvert en omfattende litteratur av både teoretisk og empirisk karakter angående bedrifters atferd i oligopol.³⁴ Vi konstaterer at det ikke synes å være én oligopolmodell som passer i alle (eller det store flertall) bransjer, men mer slik at forskjellige bransjer (bedrifter) krever ulike modeller. (Se Sutton (1991).)

4.1. Nash-konkurransen blant n tilbydere av differensierte produkter

Betrakt et marked med n bedrifter som hver tilbyr ett differensiert produkt. Bedrift i 's overskudd er

$$\Pi_i = (p_i - c_i)x_i - F_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

hvor p_i og x_i betegner hhv. pris og kvantum for bedrift i og c_i og F_i er hhv. marginalkostnad og fast kostnad. Anta at bedriftene velger pris som handlingsvariabel. Vi beskriver etterspørselen som $x_i = d_i + \sum_j a_{ij} p_j$. (Jfr. (2).) $\partial x_i / \partial p_j = a_{ij} \neq 0$ betyr at en prisendring for produkt j påvirker etterspørselen etter produkt i og dermed (indirekte) den pris som bedrift i kan oppnå for sitt produkt, og omvendt, pris på produkt i påvirker den pris produkt j oppnår. Som oligopolist vet aktør i at alle aktører kjenner til denne avhengighet. *Nash*-atferd for aktør i er en hypotese om at aktøren tror at alle andre aktører j tar hans pris for gitt og ignorerer hans *marginale* prisendring, dvs. aktør i tror (*conjectures*) $\partial p_j / \partial p_i = 0, \quad j \neq i$.

Førsteordensbetingelser (FOB) for optimal *prissetting* ihht *Nash*-atferden er

$$\begin{aligned} (10) \quad \partial \Pi_i / \partial p_i &= x_i + (p_i - c_i) \partial x_i / \partial p_i \\ &= [x_i + p_i (\partial x_i / \partial p_i)] - [c_i (\partial x_i / \partial p_i)] \\ &= x_i + a_{ii}(p_i - c_i) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

³³ Mathiesen (1991) viste i en analyse av investering i produksjonskapasitet at en (kvantums)leder med et halehelg av pristakere nettopp står overfor en situasjon hvort følgernes respons avhenger av deres (ledige) kapasitet.

³⁴ Dowrick (1986) påpeker at asymmetrier kan få aktører til å velge rollen som leder eller følger.

Uttrykket i andre linje i (10) sier at marginalinntekt skal være lik marginalkostnad, men måleenheten er pris og ikke kvantum. For å forenkle omtale og fortolkning, betrakt en prisøkning med resulterende volumreduksjon. Uttrykket $(\partial x_i / \partial p_i)$ kommer fra etterspørselen ($x_i = f_i(p_1, p_2)$) og viser markedets volumreaksjon på en marginal prisendring. Første hakeparentes viser inntektsendring ved en marginal prisøkning: x_i representerer inntektsøkning ved at de x_i enhetene kan selges til en pris som er én prisenhet høyere, og $p_i(\partial x_i / \partial p_i)$ representerer inntektsreduksjon pga. $(\partial x_i / \partial p_i)$ færre solgte enheter. Andre hakeparentes $[c_i \partial x_i / \partial p_i]$ viser kostnadsreduksjon pga. den marginale prisøkning: $(\partial x_i / \partial p_i)$ viser volumreduksjon og c_i er kostnad per produsert enhet.

De n betingelsene i (10) kaller vi en *P-modell*. Vi bruker uttrykket i tredje linje, hvor a_{ii} kommer av at etterspørselen er lineær. Et annet funksjonsvalg for etterspørsel ville komme til uttrykk i definisjonene av x_i og $\partial x_i / \partial p_i$. Modellen er lagt inn i et regneark som illustrert i boks 4. Se også vedlegget.

Nash-atferd for en kvantumssettende aktør i er en hypotese om at han tror alle aktører j vil ignorere hans *marginale* kvantumsendring, dvs. aktør i tror $\partial x_j / \partial x_i = 0$, $j \neq i$. FOB³⁵ for optimale kvanta ihht Nash-atferden er

$$(11) \quad \begin{aligned} \partial \Pi_i / \partial x_i &= [p_i + x_i(\partial x_i / \partial p_i)] - c_i \\ &= p_i + b_{ii}x_i - c_i = 0, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

(11) er den velkjente regel: tilpass kvantum (x_i) slik at marginalinntekt (i første hakeparentes) er lik marginalkostnad. De n betingelsene i (11) er en kvantummodell (*Q-modell*).

La oss illustrere det foregående med etterspørselsmodell nr. 1, hvor $n = 4$. Anta at i tillegg til etterspørsel, som vist i tabell 2 (P-modellen) og tabell 4 (Q-modellen), er marginale kostnader 0.3 for alle fire produsenter. Denne marginalkostnad er konsistent med førsteordensbetingelser for optimal Nash-tilpasning i P-modellen, jfr. (9), hvorved vi vet at likevekt i P-modellen har priser og kvanta lik de observerte. Likevekt for begge modeller er vist i tabell 5.

³⁵ Ved å skrive FOB som likheter antar vi at kvantum (pris) er positivt i likevekt. Se vedlegg 1 for en nærmere forklaring av hvordan man reformulerer modellen dersom denne antakelsen ikke holder.

Q-modellens volumer er lavere og prisene høyere enn i P-modellen og observerte verdier. Den foregående måte å etablere parametrene i Q-modellen er imidlertid uheldig. Vi kalibrerte mc til å være konsistent med likevekt i P-modellen. Da vet vi (fra kapittel 1.2) at Q-modellens løsning ikke kan bli lik referansen. Anta at det marked vi skal analysere gir oss grunn til å tro at kvanta er handlingsvariable. Da vil vi bruke Q-modellen til simulering, og vi bør derfor etablere denne modellen direkte. Etterspørselssystemet kan eventuelt estimeres på indirekte form, mens en kalibrering fra priselastisiteter vanskelig kan gjøres på annen måte en vist i kapittel 3.1.³⁶

Som vist i kapittel 3.2 kalibreres mc fra (11): $p_i + b_{ii}x_i - c_i = 0$, hvilket gir $c_i = P_i + b_{ii}X_i = 0.5 - 0.083 \cdot 3 = 0.25$. Beregning av likevekt i Q-modellen med $c_i = 0.25$ gir $p^* = 0.5$, $x^* = 3$. Merk at fordi $c_i = 0.25 < 0.3$, blir $DB = 0.75 > 0.6$ i denne likevekten. (Til $c_i = 0.25$, vil P-modellen gi lavere pris og høyere kvantum enn observert.)

Tabell 5. Nash-likevekter for P- og Q-modellene. ($c_i = 0.3$ og 0.25)

Produkt	P-modell			Q-modell ($c=0.3$)			Q-modell ($c=0.25$)		
	Pris	Kvantum	DB	Pris	Kvantum	DB	Pris	Kvantum	DB
1	0.5	3	0.6	0.533	2.8	0.65	0.5	3	0.75
2	0.5	3	0.6	0.533	2.8	0.65	0.5	3	0.75
3	0.5	3	0.6	0.533	2.8	0.65	0.5	3	0.75
4	0.5	3	0.6	0.533	2.8	0.65	0.5	3	0.75

Beregning av likevekt i P-modellen er beskrevet i boks 4 og innebærer en søkeprosess à la tâtonnement. (Mer utførlig beskrivelse av prosessen og hvordan den implementeres på regneark er gitt i vedlegget.) Den matematiske modell er vist oppe til venstre i boks 4 og består av fire likninger i fire variable (priser). Fordi vi har valgt konstant mc og lineær etterspørsel, er de fire likningene lineære. Dessuten har vi spesifisert lik mc og symmetrisk etterspørsel, hvorved vi vet at de optimale priser er like. Vi kunne derfor redusere denne modellen til én likning i én variabel. I praksis vil imidlertid bedriftene ha ulike markedsandeler og marginale kostnader; dessuten kan man anvende ikke-lineære etterspørsel eller marginalkostnad. Da er det ingen snarvei til løsning av systemet av førsteordensbetingelser.

³⁶ Priselastisitetene er definert i forhold til den direkte etterspørsel og parametre $b_{ij} \neq 0$ kan ikke kalibreres på noen direkte måte. Vi må gå veien om matrisen A og invertere den.

Den iterative søkeprosess er beskrevet øverst til høyre. Den implementeres i regnearket som en 'loop' hvor celler indirekte refererer til seg selv. I prinsippet kunne beregningene foregå i det uendelige når de først kom inn i en loop. Regnearket setter imidlertid en sperre for hvor mange runder (*Max Iterations*) beregningene kan gå i loop. Fordi det er lett å gjøre feil ved etablering av modellen, f.eks. feil fortegn eller for høy verdi på parameteren λ , lønner det seg å sette *Max Iterations* til 1 og gjøre én og én runde gjennom loopen i starten. Likeledes bør man sette λ slik at endring i en variabel (pris) fra en runde til den neste ikke overstiger en viss andel av variabelens størrelse. Dersom man har et dårlig valgt startpunkt (p^0), kan avviket (Δ_i^0) være stort i forhold til variabelens verdi. Derfor bør λ settes lavt (i starten) for at ikke p^1 skal være et enda dårligere anslag enn p^0 slik at prosessen divergerer.

4.2. Samarbeid og flervareproduksjon

I foregående modell tilbød hver bedrift ett produkt. Anta nå at én beslutningsenhet tilbyr flere produkter. Modellen kan gis minst to fortolkninger: a) hver bedrift tilbyr flere produkter, eller b) samarbeid³⁷ mellom to eller flere (én-vare-)produsenter.

Anta at bedrift *A* tilvirker *m* produkter. *A*s overskudd er

$$(12a) \quad \Pi_A = \sum_{i \in A} (p_i - c_i)x_i - F_A,$$

hvor det summeres over alle *m* produkter og hvor p_i og x_i betegner hhv. pris og kvantum for produkt *i* og c_i og F_A betegner hhv. marginalkost for produkt *i* og faste kostnader for bedrift *A*.

Alternativt anta at *m* av *n* én-vare produsenter i et marked inngår salgssamarbeid og opptre som én aktør i markedet. Overskudd for den samarbeidende enhet *G* er

$$(12b) \quad \Pi_G = \sum_{i \in G} [(p_i - c_i)x_i - F_i],$$

hvor summen går over alle *m* medlemmer i *G* (gruppen av bedrifter), og hvor p_i og x_i betegner hhv. pris og kvantum og c_i og F_i betegner hhv. marginalkost og faste kostnader³⁸ for bedrift *i*.

³⁷ Vi tenker samarbeid i en meget vid fortolkning: produksjons- og salgssamarbeid, oppkjøp eller fusjon, eller annen form for koordinering hvor pris- eller kvantumstilpasningen for flere produkter skjer i regi av én beslutningsenhet. F.eks. vil vi på denne måte kunne beregne en løsning med *tacit collusion* mellom nærmere angitte produsenter.

³⁸ Vi antar at F representerer driftsuavhengige faste kostnader. Dersom F er driftsavhengige, ville gruppen av bedrifter spare inn F_i dersom all produksjon i bedrift (anlegg) *i* ble overført til andre bedrifter i gruppen.

Boks 4. Modellformulering og løsning i regneark: P-modellen

Matematisk modell

Finn p_1, \dots, p_4 slik at

$$\Delta_1 = x_1 + a_{11}(p_1 - c_1) = 0$$

$$\Delta_2 = x_2 + a_{22}(p_2 - c_2) = 0$$

$$\Delta_3 = x_3 + a_{33}(p_3 - c_3) = 0$$

$$\Delta_4 = x_4 + a_{44}(p_4 - c_4) = 0$$

Våre modeller er lineære og kan løses enkelt som simultane likningssett. Med ikke-lineær etterspørsel derimot, kan modellene ofte ikke løses direkte.

Her beskrives en iterativ søkeprosess som fra en antatt løsning (p^0) forbedrer denne via en sekvens justeringer $\{p^t\}$ inntil førsteordens betingelsene, dvs. $\Delta_i = 0$, er tilfredsstillt med en gitt nøyaktighet δ som bruker bestemmer.

Iterativ søkeprosess

- Sett $t = 0$ og anslå p_i^t , $i = 1, \dots, 4$.
- Beregn x_i^t og Δ_i^t , $i = 1, \dots, 4$.
- Når $|\Delta_i^t| < \delta$ for alle i , er $p_i^* \equiv p_i^t$ likevektspriser. Ellers
- $p_i^{t+1} \equiv p_i^t - \lambda \Delta_i^t$, $i = 1, \dots, 4$. $\lambda > 0$. Øk t til $t+1$, og gå til trinn ii.

Regneark

	A	B	C	D	E	F	G	H							
	Observasjoner			Elastisiteter											
1	i	P_i	X_i	C_i	ε_{i1}	ε_{i2}	ε_{i3}	ε_{i4}							
2	1	0.5	3	0.3	-2.5	0.5	0.5	0.5							
3	2	0.5	3	0.3	0.5	-2.5	0.5	0.5							
4	3	0.5	3	0.3	0.5	0.5	-2.5	0.5							
5	4	0.5	3	0.3	0.5	0.5	0.5	-2.5							
6	Kalibrert etterspørsel														
7															
8									i	d_i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	Ap
9									1	6	-15	3	3	3	-3
10	2	6	3	-15	3	3	-3								
11	3	6	3	3	-15	3	-3								
12	4	6	3	3	3	-15	-3								
13															
14	Iterativ søking				$\lambda = 0.01$										
15	i	P_i^t	x_i^t	Δ_i^t	$p_i^t - \lambda \Delta_i^t$										
16	1	0.6	2.4	-2.1	0.579										
17	2	0.6	2.4	-2.1	0.579										
18	3	0.6	2.4	-2.1	0.579										
19	4	0.6	2.4	-2.1	0.579										

15								
16	1	0.579	2.53	-1.66	0.562			
17	2	0.579	2.53	-1.66	0.562			
18	3	0.579	2.53	-1.66	0.562			
19	4	0.579	2.53	-1.66	0.562			

Kommentarer til regneark

Primære data (observasjoner og elastisiteter)

Plasseres i arket: Priser i B2:B5. Kvanta i C2:C5. Marginalkostnader i D2:D5, og elastisiteter i E2:H5.

Sekundære data (kalibrert etterspørsel) beregnes:

F.eks. $a_{13} = \varepsilon_{13}(X_1/P_3)$ i E9 beregnes: '=G2*C2/B4'

Ap i G9:G12 beregnes: '=mmult(C9:F12,B2:B5)'

og $d = X - Ap$ i B9:B12 beregnes: '=C2+G9'

Søkemodellen plasseres i A16:E19.

Priser i B16:B19. Vi vet fra kalibr. at $p^* = 0.5$, men anta for illustrasjonens del at vi starter med verdiene 0.6.

I C16:C19 skrives formler for etterspørsel (x) og det refereres til parametre i B9:F12 og priser B16:B19.

I D16:D19 skrives formler for Δ (se øverst til venstre), og

i E2:E5 endres p (se øverst til høyre).

Gå inn i regnearkets meny: *Tools/Options/Calculation*:

Skift fra *Automatic* til *Manual* og sett *Max.Iteration* til 1

Etabler en 'loop': Skriv '=E16' i celle B16, dvs. legg den endrete p -verdi (i E16) tilbake i B16. Kopier B16 til B17:B19. Den iterative søkemodellen er ferdig.

Trykk F9-tasten (manuell beregning). Regnearket oppdateres og viser følgende tall i cellene B16:E19:

←

Δ_i er redusert (fra -2.1 til -1.66). Et nytt trykk på F9-tasten gir ytterligere forbedring, dvs. at den iterative prosessen konvergerer.

Når konvergens er observert, kan man øke *Max. Iterations* og for å oppnå raskere konvergens, også vurdere å øke parameter λ . Man stopper prosessen når $|\Delta_i^t| < \delta$.

FOB for optimale *priser* p_i for (12a) (og analogt for (12b)) er

$$(13) \quad \begin{aligned} \partial \Pi_A / \partial p_i &= x_i + \sum_{j \in A} (p_j - c_j) (\partial x_j / \partial p_i) \\ &= x_i + \sum_{j \in A} (p_j - c_j) a_{ji} = 0, \quad i=1, \dots, m. \end{aligned}$$

Forskjellen fra (10) er summeringen over alle m produkter som inngår i beslutningsenhetens kontroll. (Se boks 5.) Fordi de øvrige produkters etterspørsel avhenger av det enkelte produkts pris, dvs. $\partial x_j / \partial p_i > 0$, vil etterspørsel etter de øvrige øke når p_i økes. Det som isolert sett tapes ved å sette for høy pris på produkt i kan mer enn inntjenes på økt etterspørsel etter de øvrige produkter man kontrollerer. Prissettingen bør derfor koordineres og det skjer via summeringen i førsteordensbetingelsen. I samarbeidsfortolkningen tar derfor alle m enkelt bedrifter hensyn til sin marginale prissettings innvirkning på øvrige medlemmers etterspørsel³⁹.

En P-modell består nå av a) $n \times m$ FOB for optimale priser for n bedrifter, eller b) de m FOB (13) for optimale priser blant samarbeidende bedrifter og $(n-m)$ FOB (10) for uavhengige én-vare-bedrifter.

Analogt er FOB for en flervareprodusent (og samarbeidende) *kvantumssetter*

$$(14) \quad \partial \Pi_A / \partial x_i = p_i + \sum_{j \in A} x_j (\partial x_j / \partial p_i) - c_i = p_i + \sum_{j \in A} x_j b_{ji} - c_i = 0, \quad i = 1, \dots, m.$$

Flervareproduksjon

Vi illustrerer flervareproduksjon med eksempel nr. 2 fra kapittel 3: To bedrifter **A** og **B** som tilbyr sitt produkt i to segmenter i markedet. Se boks 5. Etterspørselsdata er vist i tabell 3 og marginale kostnader konsistent med Nash-likevekt i P-modellen er 0.3. Likevektene presenteres senere i tabellene 9 og 10 i sammenheng med modellering av produksjonskapasiteter.

Bedriftssamarbeid

Vi illustrerer samarbeidsvarianten via eksempel nr. 1 med fire bedrifter i ett marked (tabellene 2 og 4), dvs. den modell vi brukte for å illustrere Nash-likevektene foran. Se boks 6.

³⁹ Ved samarbeid tar aktøren hensyn til effekten av *sin* marginale tilpasning på andre medlemmers etterspørsel. Nash-atferden er at aktøren antar at de *andre* ikke vil reagere på hans marginale tilpasning.

Boks 5. Modeller for bedrifter med flervareproduksjon	
<p>P-modell. To bedrifter A og B. Salg i to segmenter. Fire priser.</p>	$\begin{aligned} \partial \Pi_A / \partial p_1 &= x_1 + a_{11}(p_1 - c_1) + a_{21}(p_2 - c_2) = 0 \\ \partial \Pi_A / \partial p_2 &= x_2 + a_{12}(p_1 - c_1) + a_{22}(p_2 - c_2) = 0 \\ \partial \Pi_B / \partial p_3 &= x_3 + a_{33}(p_3 - c_3) + a_{43}(p_4 - c_4) = 0 \\ \partial \Pi_B / \partial p_4 &= x_4 + a_{34}(p_3 - c_3) + a_{44}(p_4 - c_4) = 0 \end{aligned}$
<p>Q-modell. To bedrifter A og B. Salg i to segmenter. Fire salgskvanta.</p>	$\begin{aligned} \partial \Pi_A / \partial x_1 &= p_1 + b_{11}x_1 + b_{21}x_2 - c_1 = 0 \\ \partial \Pi_A / \partial x_2 &= p_2 + b_{12}x_1 + b_{22}x_2 - c_2 = 0 \\ \partial \Pi_B / \partial x_3 &= p_3 + b_{33}x_3 + b_{43}x_4 - c_3 = 0 \\ \partial \Pi_B / \partial x_4 &= p_4 + b_{34}x_3 + b_{44}x_4 - c_4 = 0 \end{aligned}$

Boks 6. Modeller for bedriftssamarbeid	
<p>P-modell. Fire bedrifter A, \dots, D. Ett produkt hver. A og B samarbeider.</p>	$\begin{aligned} \partial \Pi_A / \partial p_1 &= x_1 + a_{11}(p_1 - c_1) + a_{21}(p_2 - c_2) = 0 \\ \partial \Pi_B / \partial p_2 &= x_2 + a_{12}(p_1 - c_1) + a_{22}(p_2 - c_2) = 0 \\ \partial \Pi_C / \partial p_3 &= x_3 + a_{33}(p_3 - c_3) = 0 \\ \partial \Pi_D / \partial p_4 &= x_4 + a_{44}(p_4 - c_4) = 0 \end{aligned}$
<p>Q-modell.</p>	$\begin{aligned} \partial \Pi_A / \partial x_1 &= p_1 + b_{11}x_1 + b_{21}x_2 - c_1 = 0 \\ \partial \Pi_B / \partial x_2 &= p_2 + b_{12}x_1 + b_{22}x_2 - c_2 = 0 \\ \partial \Pi_C / \partial x_3 &= p_3 + b_{33}x_3 - c_3 = 0 \\ \partial \Pi_D / \partial x_4 &= p_4 + b_{44}x_4 - c_4 = 0 \end{aligned}$

Tabell 6 viser likevekter for P- og Q-modellene med samarbeid mellom A og B og Nash-atferd for C og D . Prisene økes ved samarbeid. I P-modellen fra 0.5 i Nash-likevekten til 0.53 for A og B og til 0.51 for de to uavhengige⁴⁰. Hvorfor ulik prisøkning? De har ulik motivasjon! A og B øker prisene fordi de koordinerer sine tilbud for å selge til høyere priser: de følger en kooperativ atferd internt mens de i Nash-modellen handlet ikke-kooperativt overfor hverandre. C og D handler fortsatt ikke-kooperativt, de responderer og øker sine priser fordi A og B gjør det. Liknende betraktninger gjelder for Q-modellen. (Vi har benyttet $c_i = 0.3$.)

⁴⁰ Dette er virkningen av ensidige (*unilateral*) tilpasninger (for $A+B$, C og D) som Willig (1991) omtaler.

Tabell 6. Nash- vs samarbeid mellom to av fire like produsenter: P og Q-modell

	Nash prissettere			Prissettere: A og B fusjonert			Kvantumssettere: Nash (mc=0.3)			Kvantumssettere: Fusjon (mc=0.3)			Kvantumssettere: Fusjon (mc=0.25)		
	P	Q	DB	P	Q	DB	P	Q	DB	P	Q	DB	P	Q	DB
A	0.5	3	0.6	0.53	2.7	0.62	0.53	2.8	0.65	0.57	2.4	0.65	0.54	2.6	0.75
B	0.5	3	0.6	0.53	2.7	0.62	0.53	2.8	0.65	0.57	2.4	0.65	0.54	2.6	0.75
C	0.5	3	0.6	0.51	3.1	0.64	0.53	2.8	0.65	0.54	2.9	0.70	0.51	3.1	0.81
D	0.5	3	0.6	0.51	3.1	0.64	0.53	2.8	0.65	0.54	2.9	0.70	0.51	3.1	0.81
Gj.sn sum	0.5			0.526			0.533			0.555			0.523		
%		12	2.4		11.6	2.5		11.2	2.61		10.7	2.71		11.42	3.12
				3.1	-3.2	4.3				4.0	-4.8	3.8		4.5	-4.8

Vi ønsker å si noe om konsekvenser av fusjon. Gir P og Q-modellene ulike prediksjoner?⁴¹ Vi vet at når vi anvender samme data, vil volumer være lavere og priser høyere i Q-modellen enn i P-modellen. Vi er imidlertid interessert i prosentvise endringer pga fusjon. Siste linje i tabellen viser at utslagene i priser og kvanta er noe større i Q-modellen, mens DB øker mindre. Forskjellene på modellene må imidlertid kunne sies å være små i dette tilfelle. Et annet poeng er at mens **A** og **B** øker sine DB i P-modellen fra Nash-likevekten (fra 0.6 til 0.64), reduseres deres DB marginalt (0.01%) ved samarbeid i Q-modellen. I begge modeller tjener de utenforstående på samarbeidet. Dette resultatet er velkjent fra modeller for homogene produkter.⁴² De siste tre kolonnene viser Q-modellens fusjonslikevekt når dens kostnad er kalibrert direkte ($c_i=0.25$). Da vet vi at Nash-likevektens pris og kvantum er lik de observerte, som vist i tabell 5. De prosentvise avvik (siste linje) for de to alternative Q-modellene er så like at det ikke spiller noen rolle for vår konklusjon hvilken modell vi benytter.

Kostnadsbesparelser ved samarbeid.

Anta at det kan godtgjøres at en fusjon vil gi besparelser av variable kostnader hos **A** og **B**.

⁴¹ Dersom vi er rimelig sikre på at pris er handlingsvariabel, gir det liten mening å gjøre analyser med Q-modellen. Vi burde holde oss til P-modellen og gjøre sensitivitetsanalyse i den. Dersom vi er usikre på om pris eller kvantum er handlingsvariabel, kan det virke beroligende dersom de to modellene gir omlag like resultater, mens det gir grunnlag for ettertanke om de gir meget ulike resultater. Dersom vi mener at kvanta er handlingsvariable bør modellen etableres direkte som beskrevet i kapittel 3.2 ved å kalibrere mc fra (11). Se nedenfor.

⁴² I en Cournot-modell med konstant mc for alle produsenter av et homogent produkt, må minst 80% av aktørene gå sammen for at en deltaker skal oppnå like stort DB ved samarbeid som før. (Salant m.fl. (1983).) Forklaringen er at bedrifter utenfor fusjonen øker sine volumer når den fusjonerte enhet reduserer sitt samlede tilbud for å øke prisen. Fordi de utenforstående har konstant mc og ingen kapasitetsrestriksjon, vil de erstatte store volumer. Modellens prediksjon modifiseres dersom man modellerer stigende marginalkostnad (begrenset kapasitet), differensierte produkter eller leder-atferd for den fusjonerte enhet.

P-modellen predikerer at **A** og **B** da setter lavere priser enn vist i tabell 6, og det er rett fram å beregne ny likvekt for gitte kostnadsparametre.⁴³ Et interessant spørsmål er hvor stor reduksjon i mc for **A** og **B** som må til for at optimale *post-merger* priser skal være som Nash-likevekten.⁴⁴ Dersom **A** og **B** holder uendrete priser og etterspørselen er uendret, vil **C** og **D** heller ikke endre sine priser og etterspurte og tilbudte kvanta vil være som i Nash-likevekten. Vi kan og prøve oss fram med lavere kostnadsanslag i modellen, eller vi kan beregne nødvendig kostnadsreduksjon direkte fra forskjellen i FOB for **A** og **B** i (10) og i (12b). Betrakt produsent **A**.

$$\begin{aligned} \text{Nash-betingelsen (10) er:} \quad & x_1 + a_{11}(p_1 - c_1) = 0 && \text{og} \\ \text{samarbeidsbetingelsen (12b) er:} \quad & x_1 + a_{11}(p_1 - c'_1) + a_{21}(p_2 - c'_2) = 0, \end{aligned}$$

hvor c'_1 og c'_2 betegner marginalkostnader etter besparelsen. Fordi p_1 og x_1 før og etter fusjon skal være lik, reduseres det foregående til: $-a_{11}c_1 = -a_{11}c'_1 + a_{21}(p_2 - c'_2)$, og vi får:

$$(15) \quad \Delta \equiv (c_1 - c'_1)/(p_2 - c'_2) = -a_{21}/a_{11} = \varepsilon_{21}X_2 / \varepsilon_{11}X_1,$$

hvor vi benyttet kalibreringen av a-koeffisientene (4).⁴⁵ Marginen $(p_2 - c'_2)$ er lik for **B** og **A**. Det betyr at kostnadsreduksjon i forhold til ny *mark-up* skal være lik andelen av **A**s tapte kunder ved en prisøkning, som blir fanget opp av **B** via internalisering av denne relasjon i etterspørselen.⁴⁶ Ved innsetting av verdier: $c_1 = 0.3$, $p_2 = 0.5$, $X_1 = X_2 = 3$, $\varepsilon_{21} = 0.5$ og $\varepsilon_{11} = -2.5$ finner: $c'_1 = c'_2 = 0.25$, dvs. en kostnadsreduksjon på 16.7%, gir $p_1 = p_2 = 0.5$ etter fusjon.

Foregående beregning foregikk innen rammen av den bestående struktur i det begge bedrifter reduserte sine marginale kostnader, men fortsatte produksjonen i to anlegg. Hva om det er stor-driftsfordeler i næringen og samarbeidet mellom **A** og **B** kunne resultere i ett stort anlegg?⁴⁷ En måte å analysere dette på, er å etablere en egen modell for næringen etter fusjon, hvor det nye anlegg erstatter de to tidligere, men hvor resten av modellen er bevart. Vi ville da skille mellom produksjon og salg for den fusjonerte enhet. Produksjonen finner sted i det nye anlegg og er lik

⁴³ Shapiro (1995) påpeker at det er besparelse av variable kostnader som (ifølge teorien) fører til prisreduksjon. Farrell og Shapiro (1990) siterer 'Efficiencies are easy to promise, yet may be difficult to deliver' og 'the burden of proof as to cost savings [...] should rest squarely on the proponents of a merger'.

⁴⁴ Werden (1996) gjør slik beregning uavhengig av funksjonsform for etterspørselen.

⁴⁵ Uttrykket på høyre side er Shapiros *Diversion ratio*; Shapiro (1995).

⁴⁶ Pga **A**+**B**s Nash-atferd vis a vis **C** og **D**, spiller **C**s og **D**s produkters nærhet til hhv **A** og **B** ingen rolle.

⁴⁷ Azzam (1997) finner at '[t]he anticompetitive effects of increasing beef-packing concentration do exist, but they are more than offset by cost efficiency effects.'

summen av salget, som på sin side er representert ved to aktiviteter som før. Modellteknisk ville vi erstatte marginalkostnadene c_1 og c_2 med den nye $c_{AB}(x_1+x_2)$.

Anta at mc i ett anlegg reduseres med 20% ved dobling av skalaen og kan beskrives ved funksjonen $c_{AB}(x) = ae^{-bx}$. Gitt to punkter på mc-kurven: mc reduseres fra $C_1=0.3$ til $C_2=0.24$ ved volumøkning fra $X_1 = 3$ til $X_2 = 6$, kalibreres parametrene som følger: $b = \ln(C_1/C_2)/(X_2-X_1) = 0.0744$ og $a = C_1e^{3b} = 0.3e^{0.223} = 0.375$. Fordi vi har antatt at $c_{AB}(6) = 0.24$, som er lavere enn den mc-reduksjon som foran ga uendret pris (nemlig 0.25), innebærer likevekten med det nye anlegg noe lavere priser og noe høyere kvanta enn Nash-likevekten med to gamle anlegg⁴⁸.

En annen form for stordriftsfordel ligger i faste kostnader. Vi beregner likevekter som er betinget av at bedriftene velger å produsere. Derfor har vi sett bort fra faste kostnader og kun beregnet dekningsbidrag. Det kan imidlertid meget vel tenkes at dette dekningsbidrag ikke er tilstrekkelig til at bedriften kan fortsette på lang sikt. Likevekten er dermed kun av kortsiktig natur. Vi kunne beregne likevekter for alternative konstellasjoner av bedrifter og deres kapasiteter og fra slike tall utlede hvordan næringen vil utvikle seg. F.eks. kunne vi beregne konsekvenser av en fusjon og etterfølgende nyetablering tilskyndet av de høyere priser etter fusjon.⁴⁹

Betydningen av ulike markedsandeler for de fusjonerende bedrifter

Anta at *A* er større enn de tre andre bedriftene i form av større markedsandel og at *A*s referansevolum er 6 og ikke 3 som i tabell 2. Etterspørselen etter *A*s produkt må recalibreres. Hvilke konsekvenser for likevekten har ulik størrelse på de samarbeidende bedrifter?

Endringer i aggregerte størrelser er noe større i tabell 7 (i begge modeller) enn i tabell 6. Det skyldes at konsentrasjonen i bransjen øker mer ved fusjon i dette tilfelle enn i det foregående. På bedriftsnivå dukker et nytt trekk opp. Mens *A* er dobbelt så stor som *B* (*C* og *D*) i de to Nash-likevektene, ser vi at *A* ved samarbeid øker sin andel på *B*s bekostning i begge modeller, dog

⁴⁸ En modell med avtakende mc kan ha flere løsninger. Her er det kun en. Men hva ville skje dersom ny teknologi var tilgjengelig for alle produsenter? Vil A+B kjøpe opp C eller D? Hva ville være en langsiktig likevekt?

⁴⁹ 'Antitrust law presumes that entry normally prevents or reverses anticompetitive effects from horizontal mergers. But when sunk costs associated with entry are at levels suggested by prevailing market structure, the opportunity for entry created by an anticompetitive merger plausibly is too small to induce entry.' Werden og Froeb (1998).

klart mest i Q-modellen. En økning i *A*s relative størrelse eller i krysspriselasititeten reduserer *B*s volum ytterligere i et samarbeid. Hvorfor? Når prisen på et produkt øker, vil noen av dets kunder skifte til et relativt billigere produkt. Noen kunder går fra *B* til *A*, andre går til *C* eller *D*, og noen forsvinner fra markedet. Jo større *A* er relativt til *C* og *D*, jo flere av de kunder som forlater *B* vil gå til *A*. Merk også at prisen på *B*s produkt øker for derved å tjene mer på de kunder som er merkelojale⁵⁰.

Tabell 7. Nash vs samarbeid mellom to av fire ulike produsenter: P og Q-modell

	Nash prissettere			Prissettere: A og B fusjonert			Nash kvantumssettere			Kvantumssettere: A og B fusjonert		
	P	Q	DB	P	Q	DB	P	Q	DB	P	Q	DB
A	0.5	6	1.2	0.52	5.8	1.27	0.53	5.6	1.31	0.56	5.5	1.41
B	0.5	3	0.6	0.55	2.4	0.59	0.53	2.8	0.65	0.61	1.8	0.56
C	0.5	3	0.6	0.51	3.1	0.64	0.53	2.8	0.65	0.55	2.9	0.72
D	0.5	3	0.6	0.51	3.1	0.64	0.53	2.8	0.65	0.55	2.9	0.72
Gj.sn sum	0.5			0.52			0.53			0.56		
		15	3		14.4	3.15		14.0	3.27		13.2	3.42
%				3.7	-3.8	5.0				4.6	-5.4	4.6

Figur 7 viser *B*'s andel av den fusjonerte bedrifts salg for ulike krysspriselasititeter og for ulike relative størrelse på *A* og *B* før samarbeid⁵¹. I det venstre panel holdes egenpriselasititeten konstant, hvorved den eksterne elastisitet (ϵ_i) reduseres mot null når krysspriselasititeten øker mot 2/3. (Jfr. figur 5.) I den høyre del holdes ϵ_i konstant, slik at egenpriselasititeten øker. (Jfr. figur 6.) Den øverste kurven gjelder når *A* og *B* er like store (0.5). Da opprettholder *B* sin andel. De to neste kurvene gjelder når *A* er dobbelt så stor som *B* i utgangspunktet (som i tabell 7). *B*s andel synker og for en tilstrekkelig stor krysspriselasititeter ville det være lønnsomt å legge ned *B* i Q-modellen, men ikke i P-modellen. De nedre kurvene gjelder når *A* i utgangspunktet er tre ganger større enn *B* (*C* og *D*).

Merk den begrensede utsagnskraft som denne og liknende likevekter har. Den er beregnet *gitt* produktenes lokalisering og sier ikke noe om hvorvidt det eventuelt ville være lønnsomt for en konkurrent å overta *B*'s posisjon dersom den ble forlatt, og derfor heller ikke noe om at *A+B* i et slikt utvidet perspektiv kanskje er best tjent med å beholde produktet⁵². Jfr. fortolkningen av P-

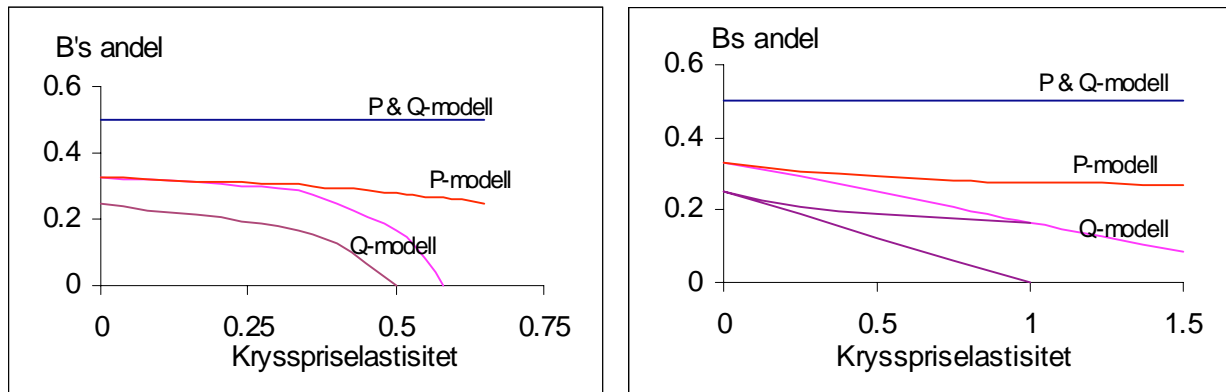
⁵⁰ Werden og Froeb (1996) rapporterer tilsvarende resultater fra sine analyser med Logit etterspørselsfunksjon.

⁵¹ NB. *C* og *D* er like store som *B*. Det er *A*s størrelse som endres.

⁵² Se Lommerud og Sørgard (1998) for en analyse hvor en fusjon kan påvirke antall produkter.

og Q-modellen som siste trinn i en flertrinns spill. Vha modellene kan man simulere likevekt i siste trinn som funksjon av alternative beskrivelser av antallet og lokaliseringen av produktene. Optimal tilpasning for den enkelte aktør finnes deretter ved å analysere hele spillet under ett. Se kapittel 5.6 om markedslikevekt og metaspill.

Figur 7. En fusjonspartners markedsandel ved ulike krysspriselasiteter



4.3 Ledermodeller

La oss betrakte en situasjon hvor én bedrift (eller en gruppe bedrifter) opptrer som leder mens de andre bedriftene er følgere⁵³. Lederen antas å opptre annerledes enn følgerne. Vi kan fortolke tilpasningen som om lederen fastsetter sin pris (sitt kvantum) før de andre aktørene bestemmer seg. Lederen vet at følgerne reagerer og han vil tilpasse seg optimalt til deres respons, ikke til deres handlinger. For å finne sin optimale tilpasning må han gjøre seg opp en mening om hvordan de vil reagere på hans handlinger; han må forutsi deres strategiske type. Vi skal her anta at han tror konkurrentene anvender en Nash-strategi⁵⁴.

Litteraturen peker på en rekke faktorer som kan forklare prislederskap: f.eks. bedrifters holdning til risiko (Holthausen (1979)), informasjons-asymmetrier (Rotemberg og Saloner (1990)), lederens størrelse (kapasitet) (Dowrick (1986) og Deneckere og Kovenock (1988)) og lojale kunder (Deneckere m.fl. (1992)). Det har også kommet mange kritiske kommentarer til denne type mo-

⁵³ Daughety (1990) analyserer situasjoner med mer enn en leder, hvor store bedrifter opptrer som ledere overfor de små, men tilpasser seg ihht Nash-atferden seg i mellom.

⁵⁴ En alternativ modell fås når lederen står overfor et haleheng av pristakere. Se Mathiesen (1991).

deller. Se Shapiro (1989) for en oppsummering. Kritikken går vesentlig på asymmetrien i atferdsantagelsen; det at en aktør får anledning til å handle først, til tross for at han derved øker sitt overskudd på følgernes bekostning. Hvorfor aksepterer de det? Empirien gir oss belegg for å si at fenomenet forekommer. Se referanser i starten av kapittel 4. Det er nærliggende å foreslå at i en bransje hvor man kan påvise lederskap, burde ledermodellen og ikke Nash-modellen tas som referanse ved beregning av samfunnsmessige skader pga samarbeid.

Anta at A er akseptert som leder mens B , C og D er Nash-følgere. A utleder sin optimale tilpasning gitt de reaksjoner han forutser fra følgerne. A utleder B s, C s og D s reaksjon fra deres respektive førsteordensbetingelser (FOB); (10) i P-modellen og (11) i Q-modellen.

P-modellen.

A tror altså at B , C og D (nummer 2, 3 og 4) vil tilpasse seg som følger:

$$\begin{aligned} \partial \Pi_i / \partial p_i &= x_i + (p_i - c_i) \partial x_i / \partial p_i \\ &= (d_i + \sum_j a_{ij} p_j) + (p_i - c_i) a_{ii} \\ (16) \quad &= (d_i - c_i a_{ii} + a_{i1} p_1) + (2a_{ii} p_i + \sum_{j \neq 1, i} a_{ij} p_j) = 0, \quad i = 2, \dots, 4, \end{aligned}$$

som er tre likninger i fire variable (p_1, \dots, p_4). A løser (16) mht p_2, p_3 og p_4 . Dvs. p_2, p_3 og p_4 uttrykkes som funksjoner av lederens tilpasning p_1 og diverse konstanter

$$p_j = \varphi_j(p_1), \quad j = 2, \dots, 4.$$

φ_j kalles *reaksjonsfunksjoner* og substitueres inn for hhv. p_2, p_3 og p_4 i x_1 , dvs. i etterspørselen etter lederens produkt i hans maksimeringsproblem, hvorved dette reduseres til et problem i én variabel, nemlig p_1 ⁵⁵

$$\Pi_A = (p_1 - c_1)x_1 - F_A = (p_1 - c_1)[d_1 + a_{11}p_1 + \sum_{j \neq 1} a_{1j}\varphi_j(p_1)] - F_A.$$

Lederens FOB er

$$\begin{aligned} \partial \Pi_A / \partial p_1 &= x_1 + [a_{11} + \sum_{j \neq 1} a_{1j} (\partial \varphi_j / \partial p_1)] (p_1 - c_1) \\ &= x_1 + a_{11} [1 + \sum_{j \neq 1} (a_{1j} / a_{11}) (\partial \varphi_j / \partial p_1)] (p_1 - c_1) \\ (17) \quad &= x_1 + a_{11} [1 + \phi] (p_1 - c_1) \end{aligned}$$

⁵⁵ Fordi etterspørselen er lineær og mc er konstant, består (16) av lineære likninger og det ligger enkel matriselgebra bak en implementering av denne modellen på regneark.

hvor $\phi \equiv \sum_{j \neq 1} (a_{1j}/a_{11})(\partial\phi_j/\partial p_1)$ kalles den *konjekturale variasjon*⁵⁶, dvs. lederens antakelse om følgernes respons på hans marginale prisendring.

Q-modellen.

FOB for optimale *kvanta*⁵⁷ for følgerne ihht Nash-atferd er (jfr (11))

$$(18) \quad \begin{aligned} \partial\Pi_i/\partial x_i &= p_i + x_i(\partial x_i/\partial p_i) - c_i \\ &= (e_i + \sum_j b_{ij} x_j) + b_{ii}x_i - c_i \\ &= (e_i - c_i + b_{i1}x_1) + 2b_{ii}x_i + \sum_{j \neq 1, i} b_{ij} x_j = 0, \quad i = 2, \dots, 4, \end{aligned}$$

som er tre lineære likninger i fire variable (x_1, \dots, x_4). Vi løser (18) mhp x_2, x_3 og x_4 og uttrykker disse tre følger-handlinger som funksjoner av lederens handling x_1

$$x_j = \psi_j(x_1), \quad i = 2, \dots, 4.$$

ψ_j kalles (også) reaksjonsfunksjoner og viser hvordan aktør j reagerer på aktør 1's (lederens) handling. Som i P-modellen, anvendes ψ_j til å substituere for x_2, x_3 og x_4 i p_1 i lederens maksimeringsproblem, som dermed blir en funksjon i en variabel, nemlig x_1

$$\Pi_A = (p_1 - c_1) x_1 - F_A = [(e_1 + b_{11}x_1 + \sum_{j \neq 1} b_{1j} \psi_j(x_1)) - c_1] x_1 - F_A.$$

FOB for lederens maksimale overskudd er

$$(19) \quad \begin{aligned} \partial\Pi_A/\partial x_1 &= p_1 + [b_{11} + \sum_{j \neq 1} b_{1j}(\partial\psi_j/\partial x_1)]x_1 - c_1 \\ &= p_1 + b_{11}[1 + \sum_{j \neq 1} (b_{1j}/b_{11})(\partial\psi_j/\partial x_1)]x_1 - c_1 \\ &= p_1 + b_{11}[1 + \theta]x_1 - c_1 = 0, \end{aligned}$$

hvor $\theta \equiv \sum_{j \neq 1} (b_{1j}/b_{11})(\partial\psi_j/\partial x_1)$ også er konjektural variasjon⁵⁸. Når følgerne benytter en Nash-atferd vil $-1 < \theta < 0$, slik at lederen tar mindre hensyn til sitt volum (i (19)) enn ved Nash-atferd (11), og han selger derfor et større kvantum.

La oss bruke eksempel 1. Hva er likevektene i hhv. P og Q-modellen dersom A er leder i stedet for én av fire likeverdige? Vi vet fra teorien (se kapittel 1.2 og Sørgard (1997)) at i Q-modellen vil en (Nash-)følger redusere sitt kvantum ved økt volum fra en annen; en aggressiv leder blir

⁵⁶ Bowley (1924) introduserte ideen, mens Frisch (1933) fant på navnet *conjectural variation*.

⁵⁷ Stackelberg-modellen er en Q-modell med homogent produkt.

⁵⁸ I vår modell er $\partial p_i/\partial x_j = b_{ij}$. I markedet for et homogent produkt er $\partial p/\partial x_j = b$ for alle j . Da er $\theta = \sum_{j \neq 1} \partial\psi_j/\partial x_1$.

Boks 7. Ledermodeller	
P-modell. Fire bedrifter. A er leder, mens B, C og D følgere	$\partial \Pi_1 / \partial p_1 = x_1 + a_{11}[1 + \phi](p_1 - c_1) = 0$ $\partial \Pi_2 / \partial p_2 = x_2 + a_{22}(p_2 - c_2) = 0$ $\partial \Pi_3 / \partial p_3 = x_3 + a_{33}(p_3 - c_3) = 0$ $\partial \Pi_4 / \partial p_4 = x_4 + a_{44}(p_4 - c_4) = 0$ $\phi \equiv [a_{12}(\partial \phi_2 / \partial p_1) + a_{13}(\partial \phi_3 / \partial p_1) + a_{14}(\partial \phi_4 / \partial p_1)] / a_{11}$
Q-modell	$\partial \Pi_1 / \partial x_1 = p_1 + b_{11}[1 + \theta]x_1 - c_1 = 0$ $\partial \Pi_2 / \partial x_2 = p_2 + b_{22}x_2 - c_2 = 0$ $\partial \Pi_3 / \partial x_3 = p_3 + b_{33}x_3 - c_3 = 0$ $\partial \Pi_4 / \partial x_4 = p_4 + b_{44}x_4 - c_4 = 0$ $\theta \equiv [b_{12}(\partial \psi_2 / \partial x_1) + b_{13}(\partial \psi_3 / \partial x_1) + b_{14}(\partial \psi_4 / \partial x_1)] / b_{11}$

derfor møtt med føyelig atferd fra følgerne. I P-modellen er det motsatt. En aggressiv leder som reduserer prisen fremkaller aggressiv respons, dvs. prisreduksjon hos konkurrentene, men også omvendt. En leder som øker sin pris gir konkurrentene et pusterom, og de vil øke sine priser. Tabell 8 viser løsningsverdier for leder **A** og én av følgerne (**B**); følgerne opptrer likt.

Vi ser at løsningene er i henhold til teorien. Prislederen øker sin pris (0.5%) og erfarer 1.2% redusert volum, men får likevel økt overskudd (0.1%)⁵⁹. Følgerne øker både priser og kvanta og oppnår enda større økning i sine overskudd. I Q-modellen økes lederens kvantum og prisen reduseres, og vi ser at de prosentvise utslag er vesentlig større enn i P-modellen. Her taper følgerne. Det er således kvalitativ forskjell på de to modellenes resultater.

Tabell 8. Nash vs lederatferd: P- og Q-modell.

	P-modell: Nash			P-modell: Leder			Q-modell: Nash			Q-modell: Leder		
	Pris	Kvantum	DB	Pris	Kvantum	DB	Pris	Kvantum	DB	Pris	Kvantum	DB
A	0.5	3	0.6	0.503	2.963	0.600	0.533	2.8	0.653	0.529	2.86	0.655
B	0.5	3	0.6	0.500	3.001	0.602	0.533	2.8	0.653	0.533	2.79	0.650
A%				0.5	-1.2	0.1				-0.9	2.3	0.2
B%				0.1	0.2	0.3				-0.1	-0.3	-0.6

Konsekvensene av lederskap er meget små med de parametre vi har valgt i denne modellen. En større markedsandel for leder, en lavere ekstern elastisitet og høyere krysspriselastisiteter gir større prosentvise utslag.

⁵⁹ DB per enhet øker med 1.3% altså mer enn volumreduksjonen.

4.4 Kapasiteter

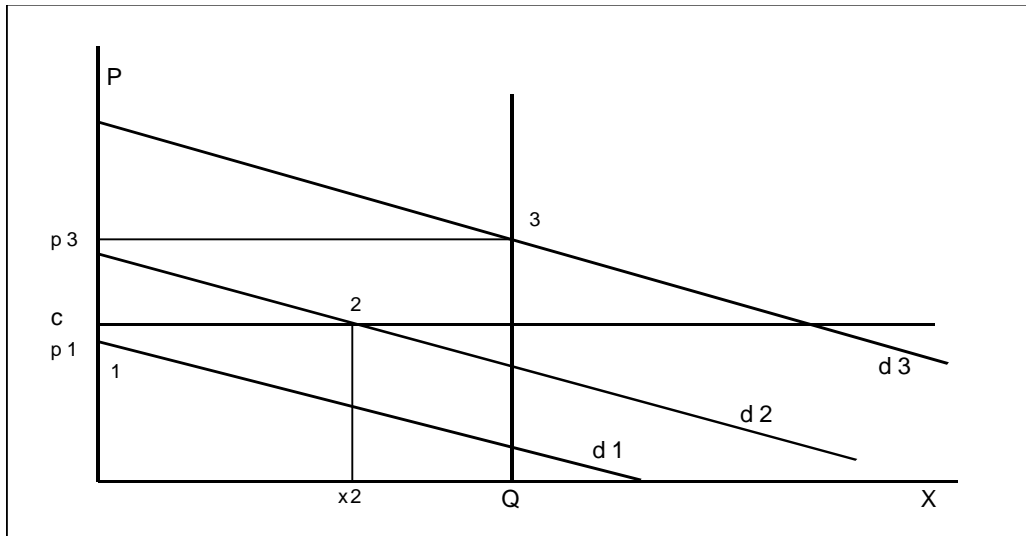
Fokus har hittil har vært på selgers atferd og etterspørsel; etterspørsel på direkte og indirekte form og verdien av krysspriselasiteter mellom ulike varianter av produktet. Tilbudssiden har vært representert med konstant marginalkost. Her utvides modellrammen ved at vi identifiserer kapasiteter i produksjon. Vi ser både på eksogent gitte og endogent fordelte kapasiteter.

La oss først se hva en gitt produksjonskapasitet innebærer for bedriftens optimale tilpasning. Som en forenkling betraktes en bedrift som setter pris lik marginalkost. Anta at bedriften har konstant variabel produksjonskost c per enhet og kapasitet Q per periode. Anta videre at etterspørselen etter dens produkt varierer over periodene og kan anta verdiene d_1 , d_2 eller d_3 . Se figur 8. Til etterspørsel d_1 er produksjon ulønnsomt; den marginale betalingsvilje i markedet $P_1 < c$. Løsningen er merket 1 og produksjonen $x = 0$. Når betalingsviljen for den første enhet overstiger c , som ved etterspørsel merket d_2 , fås positiv produksjon, men ikke stor nok til å utnytte den gitte kapasitet, Q . Løsning 2 er: $p = c$ og $x = x_2$. Først når etterspørselen bruker all kapasitet, f.eks. etterspørsel merket d_3 , fås en løsning hvor $p = P_3$, $x = Q$ og hvor $\mu \equiv P_3 - c$ betegner kapasitetens skyggepris. μ er en rasjoneringskost og skalerer etterspørselen til akkurat å utnytte tilgjengelig kapasitet. $c + \mu$ er bedriftens marginalkostnad ved å betjene kundene i denne periode. Kun c vil kunne gjenfinnes i bedriftens regnskaper; μ er alternativkost (en situasjonsbetinget kostnad) som ikke finnes i regnskapene. Dens motstykke, faste kostnader forbundet med bedriftens kapasitet er for det første irrelevante – de er *sunk*. Dessuten vil det være tilfeldig om de er av riktig størrelsesorden: De er historisk betinget (anskaffelseskost), mens μ er framtidrettet (avledet av inntjening). Fordi alternativkostnader er situasjonsbetingete, er de vanskelige å inkorporere i en analyse.

I noen bransjer vil alternativkostnader kunne utgjøre en betydelig del av det relevante kostnadsgrunnlag. Produksjon av elektrisitet fra vann er trolig det mest outrerte eksempel. Regnskapsmessige, variable kostnader er nær null, mens vannverdien (alternativkostnaden for bruk av vann) er den altoverskyggende kostnad i de fleste perioder. I perioder med ekstra høy etterspørsel kan kapasiteter i form av produksjonsutstyr (i all hovedsak overføringslinjer og kun sjelden generatorkapasitet), begrense produksjonen og derfor medføre relevante kostnader. I perio-

der med ekstra stort tilslag, kan vannverdien bli null. Det er når magasinene er fulle og vann tappes forbi generatorene. I disse tilfeller har man en knapphetskostnad på magasinkapasitet.

Figur 8. Markedsløsning avhengig av etterspørsel for gitt kapasitet



Én kapasitet for hvert produkt

Betrakt to bedrifter (**A** og **B**) som hver tilbyr sitt produkt i to segmenter. Bedrift **A** tilbyr produktene 1 og 2, mens **B** tilbyr 3 og 4. Anta at bedriftenes kapasitet er fordelt på produktene, f.eks. ved at de har etablert separate produksjonsanlegg (fabrikker) for hvert av produktene. La

Q_i betegne kapasitet for produkt i , og

μ_i betegne skyggepris for den korresponderende kapasitetsrestriksjon, $i=1, \dots, 4$.

Vi antar at bedriftene tilpasser seg ihht Nash-hypotesen. Fortolkningen av skyggeprisen for kapasitet er trolig mer intuitiv i kvantumsmodellen så vi starter med den.

Q-modellen

Denne modellen angår produsentenes valg av produksjon innen gitte kapasiteter. Borensteins analyser av tilpasningen innen elektrisitetssektoren er et eksempel på en slik anvendelse, riktignok i en modell for et homogent produkt.

'Capacity constraints on generation are significant in both the medium-term – based upon investments in construction of new capacity - and the short-term, in which plants are rendered "unavailable" due to maintenance and other reliability considerations. [...] In their study of the UK electricity market, Wolak and Patrick (1996) argue that the market power of the dominant firms is manifested through those firms declaring certain plants unavailable to supply in certain periods.' [Borenstein m.fl. (1999).]

Kreps og Scheinkman (1983) tolket den statiske Cournot-modellen (for et homogent produkt) som kapasitetssetting etterfulgt av priskonkurranse⁶⁰. Hvordan skal vi da tolke kvantumstilpasning innen gitte kapasiteter? Er det troverdig at en bedrift (i en periode) tilbyr mindre enn sin kapasitet? Igjen vil vi ta det pragmatiske standpunkt fra innledningen til kapittel 4: Karakteristika ved den aktuelle bransje må avgjøre hvilken modell som gir best beskrivelse.

Overskuddsmaksimering for bedrift A, med *kvanta* som handlingsvariable er

$$(20.1) \text{ Maksimer } \Pi_A = (p_1x_1 + p_2x_2) - (c_1x_1 + c_2x_2) = (\sum_i p_i x_i) - (\sum_i c_i x_i)$$

x_1, x_2

$$(20.2) \text{ gitt at } x_i \leq Q_i, \quad i = 1, 2.$$

(20.2) er restriksjonen som sørger for at tilbudet holdes innenfor kapasiteten. Tilpasning skjer vha skyggeprisen som illustrert i figur 8. Den korresponderende Lagrangefunksjon skrives

$$L_A = \Pi_A + \mu_1(Q_1 - x_1) + \mu_2(Q_2 - x_2).$$

FOB for A's optimale tilpasning er

$$(21.1) \partial L_A / \partial x_1 = \partial \Pi_A / \partial x_1 - \mu_1 = (p_1 + b_{11}x_1 + b_{21}x_2 - c_1) - \mu_1 = 0,$$

$$(21.2) \partial L_A / \partial x_2 = (p_2 + b_{12}x_1 + b_{22}x_2 - c_2) - \mu_2 = 0,$$

$$(21.3) \partial L_A / \partial \mu_1 = Q_1 - x_1 \geq 0, \quad \mu_1 \geq 0, \quad \mu_1(Q_1 - x_1) = 0,$$

$$(21.4) \partial L_A / \partial \mu_2 = Q_2 - x_2 \geq 0, \quad \mu_2 \geq 0, \quad \mu_2(Q_2 - x_2) = 0,$$

$\partial \Pi_A / \partial x_1$ i (21.1) er som i Q-modellen for flervareproduksjon uten kapasitetsbegrensninger (14). I

(21.1) korrigeres tilpasningen ved at skyggeprisen μ_1 , målt som kostnad per produktenhet, utgjør en del av bedriftens marginalkost. Tilsvarende for (21.2) og kapasiteten Q_2 . Betingelsene (21.3) og (21.4) er tredelte og kalles Kuhn-Tucker-betingelser. Del en krever at produksjonen finner

⁶⁰ Se Sørsgards eksempel fra reiseliv, hvor turoperatørene over et år i forveien kontraherer flyseter og hotellrom, dvs. de setter sin kapasitet, og hvor de gjennom sesongen (året etter) tilpasser pris til etterspørselen, Sørsgard (1997). Se kritikk av Kreps og Scheinkman i Davidson og Deneckere (1986).

sted innen rammen av kapasiteten, eller at overkapasiteten er ikke-negativ. Del to sier at skyggeprisen må være ikke-negativ. Del tre innebærer at dersom skyggeprisen er positiv, må produksjonen utnytte all kapasitet, og omvendt, dersom det i en periode er overkapasitet, er skyggeprisen null. Jfr. figur. 8. Til etterspørsel d1 og d2 er det overkapasitet og skyggeprisen er null, mens til etterspørsel d3 er skyggeprisen positiv, og da er overkapasiteten null.

For bedrift **B** har vi tilsvarende betingelser. Boks 8 viser den samlede modell, som i forhold til modellen i boks 5, er utvidet med nettopp de betingelser som følger av kapasitetsrestriksjonene.

Boks 8. Modeller med produksjonskapasitet	
Q-modell	$\begin{aligned} \partial L_A / \partial x_1 &= p_1 + b_{11}x_1 + b_{21}x_2 - (c_1 + \mu_1) = 0 \\ \partial L_A / \partial x_2 &= p_2 + b_{12}x_1 + b_{22}x_2 - (c_2 + \mu_2) = 0 \\ \partial L_B / \partial x_3 &= p_3 + b_{33}x_3 + b_{43}x_4 - (c_3 + \mu_3) = 0 \\ \partial L_B / \partial x_4 &= p_4 + b_{34}x_3 + b_{44}x_4 - (c_4 + \mu_4) = 0 \\ \partial L_A / \partial \mu_1 &= Q_1 - x_1 \geq 0, \quad \mu_1 \geq 0, \quad \mu_1(Q_1 - x_1) = 0 \\ \partial L_A / \partial \mu_2 &= Q_2 - x_2 \geq 0, \quad \mu_2 \geq 0, \quad \mu_2(Q_2 - x_2) = 0 \\ \partial L_B / \partial \mu_3 &= Q_3 - x_3 \geq 0, \quad \mu_3 \geq 0, \quad \mu_3(Q_3 - x_3) = 0 \\ \partial L_B / \partial \mu_4 &= Q_4 - x_4 \geq 0, \quad \mu_4 \geq 0, \quad \mu_4(Q_4 - x_4) = 0 \end{aligned}$
P-modell	$\begin{aligned} \partial H_A / \partial p_1 &= x_1 + a_{11}(p_1 - c_1 - \mu_1) + a_{21}(p_2 - c_2 - \mu_2) = 0 \\ \partial H_A / \partial p_2 &= x_2 + a_{12}(p_1 - c_1 - \mu_1) + a_{22}(p_2 - c_2 - \mu_2) = 0 \\ \partial H_B / \partial p_3 &= x_3 + a_{33}(p_3 - c_3 - \mu_3) + a_{43}(p_4 - c_4 - \mu_4) = 0 \\ \partial H_B / \partial p_4 &= x_4 + a_{34}(p_3 - c_3 - \mu_3) + a_{44}(p_4 - c_4 - \mu_4) = 0 \\ \partial H_A / \partial \mu_1 &= Q_1 - x_1 \geq 0, \quad \mu_1 \geq 0, \quad \mu_1(Q_1 - x_1) = 0 \\ \partial H_A / \partial \mu_2 &= Q_2 - x_2 \geq 0, \quad \mu_2 \geq 0, \quad \mu_2(Q_2 - x_2) = 0 \\ \partial H_B / \partial \mu_3 &= Q_3 - x_3 \geq 0, \quad \mu_3 \geq 0, \quad \mu_3(Q_3 - x_3) = 0 \\ \partial H_B / \partial \mu_4 &= Q_4 - x_4 \geq 0, \quad \mu_4 \geq 0, \quad \mu_4(Q_4 - x_4) = 0 \end{aligned}$

P-modellen

Overskuddsmaksimering for bedrift **A** med *priser* som handlingsvariable er

$$(22.1) \quad \underset{p_1, p_2}{\text{Maksimer}} \quad \Pi_A = (p_1x_1 + p_2x_2) - (c_1x_1 + c_2x_2) = (\sum_i p_i x_i) - (\sum_i c_i x_i)$$

$$(22.2) \quad \text{gitt at} \quad x_i \leq Q_i, \quad i = 1, 2.$$

Den korresponderende Lagrangefunksjon for bedrift **A** er

$$H_A = \Pi_A + \mu_1(Q_1 - x_1) + \mu_2(Q_2 - x_2).$$

FOB for optimal p_1 (Nash-atferd) er

$$\begin{aligned}
(23) \quad \partial H_A / \partial p_1 &= \frac{\partial \Pi_A}{\partial p_1} - (\mu_1 \partial x_1 / \partial p_1 + \mu_2 \partial x_2 / \partial p_1) \\
&= [x_1 + a_{11}(p_1 - c_1) + a_{21}(p_2 - c_2)] - (\mu_1 a_{11} + \mu_2 a_{21}) \\
&= x_1 + a_{11}(p_1 - c_1 - \mu_1) + a_{21}(p_2 - c_2 - \mu_2) = 0,
\end{aligned}$$

hvor $(\partial \Pi_A / \partial p_1)$ er beskrevet i (13). Merk at introduksjon av kapasitet medfører to korreksjonsledd (fortolket som alternativkost) for produkt 1. Det første $(\mu_1 \partial x_1 / \partial p_1)$ gjelder bruk av egen kapasitet, det andre $(\mu_2 \partial x_2 / \partial p_1)$ angår bedriftens andre produkt. a_{11} og a_{21} har motsatt fortegn:

$a_{11} < 0$ og $a_{21} > 0$. Når p_1 reduseres øker x_1 mens x_2 reduseres: $\mu_1 a_{11}$ øker kostnad per enhet av produkt 1, mens $\mu_2 a_{21}$ reduserer kostnaden for 1 via den besparelse som oppnås pga redusert produksjon av produkt 2.

De fire første betingelsene i boks 8 utvider betingelsene i boks 5 med alternativkostnader for bruk av kapasitetene. De fire siste betingelsene i boks 8 sammenholder variabel kapasitetsbruk (x_i) med gitt tilgang (Q_i) og er identiske med restriksjonene i Q-modellen.

La oss benytte modell nr. 2 som vist i tabell 3, og la oss kalibrere marginalkostnad c_i fra FOB for hver av modellene. Fra betingelsene i boks 8 for Q-modellen finner vi for produkt i : $(c_i + \mu_i) = p_i + b_{ii}x_i + b_{ji}x_j$, hvor j betegner bedriftens andre produkt⁶¹. Vi kan altså ikke beregne c_i separat med mindre vi stipulerer en verdi for μ_i og omvendt; de to inngår alltid i en sum. Det samme gjelder P-modellen. Dersom vi f.eks. fra regnskapsdata har anslag på c_i , kan vi beregne μ_i . μ_i derimot er det umulig å finne fra annen kilde enn FOB. Vi skal her gjøre den dårlige antakelsen at $\mu_i = 0$, $i=1, \dots, 4$. Da er kalibrering av c_i i Q-modellen rett fram som vist i kapittel 3.2. (Se (14) og boks 5.) F.eks. finner vi $c_1 = P_1 + b_{11}X_1 + b_{21}X_2 = 0.5 - 0.0863(3) - 0.0208(3) = 0.1786$.

I P-modellen er kalibreringen noe mer komplisert ettersom marginalkostnad for hvert av bedriftens to produkter inngår i hver av produktenes FOB. (Se boks 5.) Vi må derfor løse betingelsene med hensyn på c_i . Dvs. vi må beregne c_1 og c_2 fra de to likningene

$$\begin{aligned}
X_1 + a_{11}(P_1 - c_1 - \mu_1) + a_{21}(P_2 - c_2 - \mu_2) &= X_1 + a_{11}(P_1 - c_1) + a_{21}(P_2 - c_2) = 0, \text{ og} \\
X_2 + a_{12}(P_1 - c_1 - \mu_1) + a_{22}(P_2 - c_2 - \mu_2) &= X_2 + a_{12}(P_1 - c_1) + a_{22}(P_2 - c_2) = 0,
\end{aligned}$$

og tilsvarende for c_3 og c_4 . Vi finner da $c_1 = 0.2778$.

Løsning for begge modeller uten kapasitetsrestriksjoner er lik observerte verdier: $p_i = 0.5$ og

⁶¹ $j=2,1$ når $i=1,2$, og $j=4,3$ når $i=3,4$.

$x_i = 3, i=1, \dots, 4$. (Se tabell 3.) Kapasitetene for produktene AO og BO er satt lavere enn produksjonsvolumene i løsningen uten kapasitet. (Se tabell 9.) Dermed er vår foregående kalibrering feil; vi antok at skyggeprisene var null, mens de er positive. Skyggeprisene for de to knappe kapasitetene er høye i forhold til c_i . $\mu_1/(c_1+\mu_1)$ er 30 hhv 40 % i P- og Q-modellen. Prisene på AO og BO øker for å rasjonere tilgangen av kunder, mens prisene på de øvrige produkter er omlag uendret. Vi merker oss også at P- og Q-modellen har nesten identisk løsning. (Merk at vi kalibrerte hver modell separat til observasjonene, dvs. med lavere c_i i Q-modellen.)

Tabell 9. Likevekt i P- og Q-modellene med og uten kapasitetsrestriksjoner

Produkt	Likevekt uten kapasitetsrestriksjon		Likevekter med kapasitetsrestriksjoner						
	Pris	Kvantum	Kapasitet	P-modell			Q-modell		
				Pris	Kvantum	Skyggepriser	Pris	Kvantum	Skyggepriser
AO	0.5	3.0	2.4	0.569	2.400	0.108	0.568	2.400	0.116
AL	0.5	3.0	3.2	0.506	3.151	0	0.503	3.177	0.0
BO	0.5	3.0	2.4	0.569	2.400	0.108	0.568	2.400	0.116
BL	0.5	3.0	3.2	0.506	3.151	0	0.503	3.177	0.0

Anta at segmentene fortolkes som perioder, f.eks. sommer og vinter, og at bedriftens kapasitet kan brukes i flere perioder. Vi kan fortolke modellene i boks 8 på den måten. I så fall representerer Q_1 og Q_2 samme fysiske kapasitet som er tilgjengelig i to perioder. Samlet inntjening over året til denne ressursen er gitt ved summen av korresponderende skyggepriser: $(\mu_1 + \mu_2)Q_A$.

Modell med én felles og endogen kapasitet for bedriften

Mens bedriftens kapasiteter er gitte på kort til mellomlang sikt, som i modellen foran, er kapasitet en valgvariabel på lengre sikt. Anta derfor at hverken bedriftens totale kapasitet eller fordelingen av denne kapasitet på de enkelte produkter er foretatt. Kapasiteter skal bestemmes og fordeles samtidig som man bestemmer produktprisene⁶² (produksjonsvolumer). La

- r betegne amortisert anskaffelseskostnad per produktenhet for (ny) kapasitet⁶³, og
- q_s betegne kapasitet i bedrift s , $s = A, B$.

⁶² Denne prismodellen er ekvivalent med Tirole (1988, kap 5.3.2.1 A Capacity-Constrained Example).

⁶³ Vi antar at ny kapasitet kan kjøpes til konstant pris per kapasitetsenhet.

Bedrift A's overskudd er

$$\Pi_A = (p_1x_1 + p_2x_2) - (c_1x_1 + c_2x_2) - rq_A - F_A,$$

hvor de fire leddene beskriver hhv. inntekt, variable (drifts-)kostnader, kapitalkostnader og andre faste kostnader. Bedriftens overskuddsmaksimering med kvanta som handlingsvariable er

$$(24.1) \text{ Maksimer } \Pi_A = (p_1x_1 + p_2x_2) - (c_1x_1 + c_2x_2) - rq_A - F_A$$

x_1, x_2

$$(24.2) \text{ gitt at } \quad x_1 + x_2 \leq q_A.$$

Lagrangefunksjonen er $L_A = \Pi_A + \mu_A(q_A - x_1 - x_2)$, og FOB er

$$(25.1) \quad \frac{\partial L_A}{\partial x_1} = \frac{\partial \Pi_A}{\partial x_1} - \mu_A$$

$$= (p_1 + b_{11}x_1 + b_{21}x_2 - c_1) - \mu_A = 0,$$

$$(25.2) \quad \frac{\partial L_A}{\partial x_2} = (p_2 + b_{12}x_1 + b_{22}x_2 - c_2) - \mu_A = 0,$$

$$(25.3) \quad \frac{\partial L_A}{\partial q_A} = -r + \mu_A = 0,$$

$$(25.4) \quad \frac{\partial L_A}{\partial \mu_A} = q_A - x_1 - x_2 \geq 0, \quad \mu_A \geq 0 \quad \text{og} \quad \mu_A(q_A - x_1 - x_2) = 0.$$

I (25.1) og (25.2) inngår én og samme skyggepris μ_A fordi kapasiteten er felles og ikke produktspesifikk som foran. Fra (25.3) har vi $\mu_A = r$, slik at kapasitetskostnaden er konstant; ny kapasitet kan kjøpes til konstant pris. Begge produkter stilles overfor den fulle kapasitetskostnad, og så lenge $\mu_A = r > 0$, vet vi at $q_A = x_1 + x_2$, dvs. det blir ikke investert i overkapasitet.

Dersom kapasiteten (q_A) alt er anskaffet, som i foregående modell, men er reallokerbar mellom produkter, vil $r = 0$ (*sunk cost*) og (25.4) gjelder: $q_A > x_1 + x_2$ eller $\mu_A > 0$, men ikke begge.

5. Modeller for ferjetrafikk i Skagerrak

I dette kapittel skal vi illustrere foregående teori med modeller for ferjetrafikk i Skagerrak i en analyse av konsekvenser av sammenslåing av selskaper og derved koordinering av tidligere konkurrerende linjer. Det er mange forhold som kan være viktige i én analyse, men av mindre betydning i en annen. Vi beskriver først en del karakteristika ved ferjetrafikken i Skagerrak. I analysen detaljerer vi noen av disse forhold, mens vi lar andre være mer aggregerte.

5.1 Ulike dimensjoner i næringen

Ferjetrafikken foregår mellom norske *havner* på den ene side og utenlandske havner (i Sverige, Danmark og Tyskland) på den annen side. Flere *selskaper* trafikkerer disse havnene med ett eller flere fartøyer. Ut fra den enkelte norske havn kan det være flere konkurrerende *linjer*, men typisk til ulike utenlandske havner. Tilsvarende vil anløp i utenlandske havner være på linjer med ulike norske avgangshavner. Selskapenes tilbud fremstår derfor neppe som identisk for potensielle kunder, skjønt for noen linjer er enten avgangs- eller anløpshavner såvidt nært hverandre geografisk sett at dette aspekt trolig ansees som uvesentlig av den reisende. For bosatte i Buskerud og Vestfold f.eks. kan avstand til utreisehavn neppe ha stor betydning for valget mellom linjer til nord-Danmark fra hhv. Oslo og Larvik, dvs. reisende til nord-Danmark kan neppe antas å ha sterke preferanser for Hirtshals eller Frederikshavn.

Steen og Sjørgard (1999) identifiserer to typer *reisende*: for én type er ferjetransporten del av en tur til ett eller annet mål utenfor anløpshavnen, f.eks. bilferie i Europa. Den andre typen reiser med ferjen for selve turen sin del, for opplevelser ombord og kjøp av tax-free-varer. De kaller den første typen for feriekunde og den andre for shoppingkunde. Denne rubrisering skal kun ansees som en hensiktsmessig inndeling for analyseformål og slett ikke tolkes som noe mer. Vi sier f.eks. ikke at feriekunden ikke har glede av ferjeturen, opplevelser ombord eller tax-free-kjøp. Tvert i mot, alle reisende har større eller mindre konsum av ulike *tjenester* ombord, hvor vi identifiserer bildekk, kjøye/ liggestol, restaurant/bar og varekjøp/tax-free som konsumkategorier eller tjenester. Men det synes (for oss) som om de to kundetyper atskiller seg nokså klart mht mengden av konsum av de ulike tjenester. Dessuten varierer omfanget av de to kundetyperne over året eller *sesongene*. Feriekundene reiser hovedsakelig i sommerferien, mens shoppingkundene i

større grad reiser hele året. Fordi kundene har ulik konsumprofil, vil den ulike reisefrekvens slå ut i ulik belastning på de *kapasiteter* selskapet har på sine linjer. Vi tenker da på plass til kjøretøyer og (sovende) passasjerer, dvs. bildekk og køye/liggestol.

Vi har her nevnt følgende dimensjoner i næringen: Selskaper, havner, linjer, kundetyper, sesonger, tjenester og kapasiteter. I en enkelt analyse er det lite hensiktsmessig å foreta inndeling etter alle disse dimensjoner. Selv om det ville være mulig å beregne løsning for den resulterende og meget store modell, ville det neppe være fornuftig fra et fortolkningsmessig synspunkt. Kunsten er å finne det rette detaljeringsnivå. Forhåpentligvis vil følgende illustrasjon bidra til å eksemplifisere hvordan dette kan gjøres. Kapitlet må ikke vurderes som mer enn en illustrasjon.

5.2 Color Lines kjøp av Larvik Line

Som konkret eksempel vil vi studere Color Lines kjøp av Larvik Line og dermed overtakelse av linjen mellom Larvik og Frederikshavn høsten 1996. Vi tar utgangspunkt i næringen i starten av 1997. For å analysere konsekvenser av kjøp, må vi modellere næringen før og etter oppkjøp og sammenlikne de to løsningene. Konkurransen mellom selskapene før kjøpet modelleres som en Nash-likevekt⁶⁴, og vi har valget mellom å anta at man konkurrerer på pris eller kvantum. Innen et kort til mellomlangt tidsperspektiv, dvs. innen gitte kapasiteter (fartøyer), er trolig priskonkurranse mest dekkende. På den annen side er den viktigste kapasitet, nemlig fartøyet, mobilt – det kan lett flyttes til et annet markedssegment. I den grad slik flytting er en økonomisk realitet, vil tilbudt kapasitet være handlingsvariabel. Både fordi vi er noe usikre på hva som gir mest korrekt beskrivelse av realitetene og fordi det vil illustrere modelleringsproblemer generelt, skal vi vise begge typer modeller.

Ved bedriftsoppkjøp vil man forvente at den sammenslåtte enhet vil koordinere alle de aktiviteter som hver av bedriftene hadde før overtakelsen og som per forutsetning ble operert i konkurranse med hverandre. Det er konkurransen som endres og det synes derfor viktig å kunne modellere

⁶⁴ Steen og Sjørgard (1999) antyder at tilstanden i næringen kunne betraktes som fredelig sameksistens frem til midten av 90-tallet, og at innføring av ny teknologi (hurtigbåter) og en mer aggressiv leder i Larvik Line, gjorde forholdene mindre oversiktlige og forstyrret idyllen, hvormed næringen på midten av 90-tallet var i ferd med å bli ukoordinert. Color Lines oppkjøp kan på denne bakgrunn sees på som et forsøk på å gjenopprette roen.

den på en mest mulig korrekt måte. Herunder er kundens valg av linje og i den grad nedlegging av overlappende aktiviteter vil være en del av løsningen også kundens valg mellom å reise eller ikke, av betydning. I denne illustrasjon ser vi bort fra de kostnadsbesparelser som koordinering kan medføre både i produksjon, markedsføring og salg. Som illustrert i kapittel 4.2 kan besparelser i variable kostnader enkelt inkorporeres i modellen.

Den del av næringen vi analyserer⁶⁵ bestod i 1996 av 5 uavhengige rederier: Color Line, Larvik Line, Stena Line, DFDS og Scandi Line, som til sammen opererte 8 linjer fra ulike norske havner først og fremst til Danmark (5 linjer), men også Sverige og Tyskland med en linje hver. La oss først modellere konkurransen mellom de 5 rederiene uten å ta hensyn til de enkelte linjer. Steen og Sørgard (1999) finner at linjer fra sørøst-Norge utgjør ett usegmentert marked⁶⁶.

5.3 Oligopol med 5 tilbydere: Modell I

Steen og Sørgard (1999) rapporterer 560 000 passasjerer i 1997. 93% reiste fra sørøst-Norge, altså det marked vi betrakter. Markedsandeler og antall passasjerer⁶⁷ per selskap er vist i tabell 12. Fra to regnskaper anslår vi pris per passasjer til 750 kroner. Prisen omfatter billetter og alt kjøp om bord. Størrelsen på den marginale kostnad per passasjer er usikker. I det tidsperspektiv som er relevant for analysen, og med stor sesongvariasjon, er det rimelig å betrakte flere kostnadstyper (skip, infrastruktur i land, deler av bemanning, etc.) som faste i forhold til beslutninger om pris og volum. Skyggepriser for kapasiteter ville vært relevante kostnader dersom vi betraktet sesonger som separate perioder. (Se kapittel 4.4.) Vi modellerer imidlertid hele året som én periode og da er skyggeprisen noe meningsløs. (Se imidlertid kapittel 5.6.)

Kalibrering av modeller.

Vi har ikke estimert de relevante priselastisiteter og er derfor meget usikre på deres tallverdier. Marginalkostnaden er likeledes en usikker størrelse. Med referanse til diskusjonen i kapittel 3.2,

⁶⁵ Ifølge Steen og Sørgard (1999) kan linjene fra vestlandet til hhv. Danmark og England betraktes som et uavhengig marked. Vi ser derfor bort fra disse.

⁶⁶ Rekkefølgen i vår analyse er omvendt av slik man gjør markedsavgrensningen. Der ville man starte med å vurdere det snevreste marked (sørøst Norge – nord Danmark) og eventuelt utvide med nye linjer og selskaper.

⁶⁷ Både av hensyn til numerisk stabilitet i beregninger og lesbarhet skaleres variablene (pris og volum) slik at de er i nærheten av 1.0. Priser uttrykkes i 1000 kr og antall passasjerer i 100 000.

tilpasses priselastisiteter og marginalkostnader som er forenlige med en forutsetning om Nash-likevekt, observerte kvanta og anslått pris. Derneft kalibreres et sett av lineære etterspørselsfunksjoner (tabell 12) og marginalkostnad (for hver modell, tabell 11) gitt disse parametre.

Gangen i kalibreringen er som følger:

1. Gitt $P_i = 0.75$ (observert pris) og anslag for ϵ_i (ekstern elastisitet): -0.5, -1 eller -2, $i=1, \dots, 5$
2. Anta at alle 5 selskaper linjer er like nære substitutter, dvs. at krysspriselastisitetene er like: $\epsilon_{ij} = \eta$, $j \neq i$. Sett η lik 0.25 alternativt 0.5.
3. Egenpriselastisiteten beregnes residualt: $\epsilon_{ii} = \epsilon_i - (n-1)\eta$, $i=1, \dots, 5$.
4. Etterspørselssystemet kalibreres.
5. Marginalkostnaden beregnes fra FOB: (10) hhv. (11).

Fordi vi er usikre på tallverdier stipuleres hhv tre og to alternative verdier for elastisitetene: ϵ_i og ϵ_{ij} , hvilket gir i alt seks kombinasjoner som vist i tabell 11. Tabellen viser resulterende verdier for egenpriselastisitet og marginalkostnad i hhv P- og Q-modellen. Parameterverdier i hvert scenario er konsistente med likevekt i hver av modellene. Marginalkostnaden spenner over et vidt spekter, i P-modellen fra 1/3 til mer enn 2/3 av prisen og enda mer i Q-modellen.

Tabell 11. Scenarier for parameterverdier.

Nr.	P_i	ϵ_i	η	ϵ_{ii}	$c_i(P)$	$c_i(Q)$
I	0.75	-0.5	0.25	-1.5	0.250	0.107
II	0.75	-1	0.25	-2	0.375	0.333
III	0.75	-2	0.25	-3	0.500	0.490
IV	0.75	-0.5	0.5	-2.5	0.450	0.250
V	0.75	-1	0.5	-3	0.500	0.429
VI	0.75	-2	0.5	-4	0.563	0.542

Tabell 12. Observerte og kalibrerte parametre. (Scenario I)

Selskap	Markeds- Andel	Passasj. (100 000)	Pris (1000 kr)	Konstant $d(i)$	Koeffisienter: a_{ij}				
					CL	LL	Stena	DFDS	Scandi
Color Line	0.441	2.29	0.75	3.44	-4.59	0.77	0.77	0.77	0.77
Larvik Line	0.204	1.06	0.75	1.60	0.35	-2.13	0.35	0.35	0.35
Stena Line	0.108	0.56	0.75	0.84	0.19	0.19	-1.12	0.19	0.19
DFDS	0.129	0.67	0.75	1.01	0.22	0.22	0.22	-1.34	0.22
Scandi Line	0.118	0.62	0.75	0.92	0.21	0.21	0.21	0.21	-1.23

Larvik Line koordineres med Color Lines aktivitet

Overskuddet i det nye (sammenslåtte) selskap kan skrives som

$$\Pi_G = \sum_{i \in G} [(p_i - c_i)x_i - F_i]$$

hvor $G = \{CL, LL\}$. Ledelsen i G vil ta hensyn til at prisen på CL påvirker LL , og omvendt. FOB for optimal prissetting krever koordinering av de to enhetene som følger (se (13))

$$\partial \Pi_G / \partial p_i = x_i + \sum_{j \in G} (p_j - c_j) a_{ji} = 0.$$

De øvrige selskaper (Stena Line, Scandi Line og DFDS) antas fortsatt å tilpasse seg ihht Nash-atferden, og deres FOB er uendret. Likevekt i scenario I for denne modellen er vist i tabell 13. De to første linjene viser aktivitetene i G . Man benytter anledningen til å heve sine priser (med 4.7% og 13.7%) og får derfor reduserte volumer (-2.3% og -18%)⁶⁸, hvilket gir konkurrentene anledning til både å øke sine priser (1.8%) og kapre kunder (2.8%). Color Line erfarer redusert markedsandel (fra 64.5% til vel 63%). Alle endringer har fortegn som forventet. Color Line øker sitt samlede DB (2.1%), mens konkurrentene, som er *free-riders*, oppnår større økning i sine DB (5.6%). Den gjennomsnittlige pris øker med 5.2% og samlet passasjerantall reduseres med 3.7%. For å illustrere bredden i de numeriske resultater over alle seks scenarier, inkluderes de prosentvise endringer også for scenario III. Utslagene har samme fortegn, men er vesentlig mindre. Disse to scenarier danner ytterpunktene mht størrelse på de prosentvise endringer. (Se tabell 14 nedenfor.)

Tabell 13. P-modell I: Likevekt etter oppkjøp. (Scenario I og III)

Selskap	Pris	Kvantum	Markedsandel	Prosentvise endringer			Prosentvise endringer		
				Pris	kvantum	DB	Pris	kvantum	DB
CL	0.77	2.28	0.447	4.7	-2.3	4.6	0.9	-1.7	0.9
LL	0.82	0.94	0.185	13.7	-18.0	-1.1	3.1	-9.0	-0.5
Stena	0.76	0.57	0.111	1.8	2.8	5.6	0.2	0.5	1.1
DFDS	0.76	0.68	0.134	1.8	2.8	5.6	0.2	0.5	1.1
Scandi	0.76	0.62	0.123	1.8	2.8	5.6	0.2	0.5	1.1
Gj.snitt/sum	0.778	5.09	1	5.2	-3.7	3.8	1.0	-2.4	0.7

Mens krysspriselastisiteter og dermed summen at partielle elastisiteter ikke spilte noen rolle for Nash-løsningen fordi modellen var kalibrert til å stemme med observerte data, har de betydning

⁶⁸ Vi ser at endringene er størst for den minste aktøren i fusjonen (Larvik Line). Jfr. figur 7 og tabell 7.

for løsning etter oppkjøp, altså en situasjon som er strukturelt forskjellig fra Nash. Jo nærmere substitutter produktene innen markedet er og altså jo høyere krysspriselasticitet, jo større er gevinsten av å kunne koordinere, og jo nærmere substitutter produkter utenfor markedet er til de i markedet, altså jo høyere tallverdi den eksterne elasticitet har, jo vanskeligere er det å heve prisene. Scenario I har lavest eksterne elasticitet (ϵ_i) og høyest intern elasticitet (η/ϵ_{ii}), og gir best grunnlag for prisøkning. Scenario III har motsatte karakteristika, stor konkurranse fra eksterne og liten konkurranse mellom interne produkter. Tabell 14 viser prosentvise endringer i gjennom-snittlig pris og samlet volum i de seks scenariene.

Tabell 14. P-modell I: Likevekt etter oppkjøp. Alternative elasticiteter.

$\epsilon_{ij} / \epsilon_i$	Gj.snittlig pris %			Samlet kvantum %		
	-0.5	-1	-2	-0.5	-1	-2
0.25	5.2	2.6	1.0	-3.7	-3.2	-2.4
0.5	4.2	2.6	1.3	-3.6	-3.7	-3.2

Q-modell

I mange bransjer kan det være uklart for en utenforstående analytiker hvorvidt pris eller kvantum er handlingsvariabel. I den aktuelle situasjon er trolig pris handlingsvariabel, i hvert fall så lenge kapasitetene i form av fartøyene, er gitte. La oss likevel gjennomføre foregående analyse under forutsetning av at kvanta (antall tilbudte plasser⁶⁹) er handlingsvariable. Vi benytter indirekte etterspørsel $\mathbf{p} = \mathbf{e} - \mathbf{B}\mathbf{x}$, som oppnås ved å invertere den direkte etterspørsel: $\mathbf{x} = \mathbf{d} - \mathbf{A}\mathbf{p}$. På samme måte som foregående analyse hadde et etterspørselssystem for hvert scenario, har denne modellen en indirekte etterspørsel i hvert scenario. Legg merke til at marginalkostnad er kalibrert separat for de to modellene. Se tabell 11. (Jfr. kapittel 1.2.) Q-modellens parametre er altså kalibrert slik at de tilfredsstiller Nash-likevekten (11). Tabell 15 viser likevekt etter oppkjøp i scenario I, og som foran, har vi tatt med prosentvise endringer også i scenario III.

Vi merker oss at prosentvise endringer er nesten dobbelt så store i Q-modellen som i P-modellen (tabell 13). Samlet kvantum og gjennomsnittlig pris endres med hhv. -6.4% og 9.0% (som begge er 75% mer enn i P-modellen), mens individuelle prisendringer er mer enn dobbelt så store for LL og de tre uavhengige. Som i P-modellen innebærer løsningen meget ulik tilpasning for de to

⁶⁹ Jfr. referansen i kapittel 4.4 til elektrisitetsindustrien som lot anlegg stå ubenyttet i perioder med lav etterspørsel.

koordinerte selskapene. LLs volum (antall seilinger) reduses betydelig og prisen økes. 3/5 av passasjerene flytter til andre linjer, også til CLs øvrige linjer, som har nesten uendret volum til tross for 7.5% prisøkning. Forskjellen på de prosentvise endringer i P- og Q-modellene er mindre i scenario III. Men fortsatt viser Q-modellen betydelig større utslag og gir oss grunnlag for en mer dramatisk konklusjon på hvor store konsekvenser samarbeid vil kunne få.

Tabell 15. Q-modell I: Likevekt etter oppkjøp. (Scenario I og III.)

Selskap	Pris	Kvantum	Markedsandel	Prosentvise endringer			Prosentvise endringer		
				Pris	Kvantum	DB	Pris	Kvantum	DB
CL	0.79	2.40	0.494	7.5	-0.9	7.7	1.0	-1.7	1.0
LL	1.06	0.48	0.098	28.6	-37.9	-17.2	4.1	-11.8	-1.4
Stena	0.78	0.60	0.124	4.2	4.9	9.9	0.2	0.7	1.4
DFDS	0.78	0.72	0.149	4.2	4.9	9.9	0.2	0.7	1.4
Scandi	0.78	0.66	0.137	4.2	4.9	9.9	0.2	0.7	1.4
Gj.snitt/sum	0.812	4.86	0.592	9.0	-6.4	3.4	1.3	-2.9	0.6

I tabell 16 viser prosentvise endringer i den gjennomsnittlige pris og det samlede kvantum i alle seks scenarier. Som observert over, er utslagene i Q-modellen større enn i P-modellen for alle de valgte parameterverdier.

Tabell 16. Q-modell I: Likevekt etter oppkjøp. Alternative elastisiteter.

$\varepsilon_{ij} / \varepsilon_i$	Gj.snittlig pris %			Samlet kvantum %		
	-0.5	-1	-2	-0.5	-1	-2
0.25	9.0	3.6	1.3	-6.4	-4.6	-2.9
0.5	9.6	4.5	1.8	-7.7	-6.4	-4.6

Pga det betydelig reduserte volum for LL etter oppkjøp, har CL lavere samlet DB for sine aktiviteter enn det CL og LL hadde før oppkjøp i scenariene I, IV og V, og kun ubetydelig høyere i de tre øvrige scenarier. En del av overskuddet er overført til de tre konkurrentene, og bransjens totale overskudd er om lag uendret. Koordinering av CL og LL, i form av lavere tilbudte kvanta og høyere priser, er derfor ulønnsomt ifølge denne modellen. Merk imidlertid at vi har *antatt* at aktørene holder seg til en viss atferd. Det kan synes som om Nash-Cournot antakelsen, dvs. det at CL+LL antar at konkurrentene ikke vil reagere på volumreduksjonen, får (CL+LL) til å redusere sine volumer for mye. I dette tilfelle, hvor CL både før og ikke minst etter oppkjøpet er såvidt dominerende i markedet, kunne man kanskje tenke seg å modellere at CL har en lederrolle, dvs. anvende en Stackelberg modell. (Se kapittel 4.3.)

En alternativ *post-merger* modell

Før oppkjøp kontrollerte Color Line fire linjer. I foregående modell ble de aggregert til én aktivitet. Etter oppkjøpet disponerte Color Line fem linjer, som i modellen ble representert med to aktiviteter. Hvorfor ikke slå sammen alle fem linjer etter oppkjøpet og modellere fire selskaper med én aktivitet hver? *Pre-merger* modellen har fem selskaper som foran, mens *post-merger* modellen har fire. I en slik *post-merger* modell er det naturlig å recalibrere etterspørselen rettet mot det utvidete Color Line til å være summen av CL og LL før oppkjøp. Som foran vil Color Line opptre som én Nash-spiller vis a vis de tre gjenværende aktørene.

Denne modellen vil predikere at oppkjøp ikke har noen effekt på priser og kvanta! *Post-merger* modellen kalibreres til en Nash-likevekt med fire aktører og når hver aktør styrer én (aggregert) aktivitet og de opptrer som Nash-spillere overfor hverandre, er det den samme Nash-likevekten. Via modellutformingen har vi aggregert bort det vi ville analysere, nemlig betydningen av den koordinerte prissetting innen det fusjonerte selskap.

Hva om vi i denne *post-merger* modellen ikke kalibrerte marginalkostnad og egenpriselastisitet slik at de var konsistente med FOB? Dersom vi f.eks. fra regnskapsinformasjon hadde valgt en noe høyere marginalkost, ville en beregnet P-likevekt gi høyere priser og lavere volumer enn observert. Dette resultatet ville ikke skyldes oppkjøpet, men kalibreringen! Nemlig det at vi anvendte marginalkostnader som var høyere enn de som er konsistente med at den observerte situasjon er en Nash-likevekt. Ville vi oppdage dette forhold, eller ville vi tro at prisøkningen skyldtes oppkjøpet?

5.4 Oligopol med 8 linjer: Modell II

Modellen med fem selskaper ignorerte en antatt viktig dimensjon i konkurransen, nemlig det at selskapene hadde ulikt antall linjer. Color Lines portefølje av aktiviteter ble ujevnt representert i modellen ved at de fire opprinnelige linjene var aggregert til én aktivitet. Modellen introduserte dermed en asymmetri i behandlingen av Color Lines linjer etter oppkjøpet. LL ble modellert eksplisitt som et ikke-perfekt substitutt til de øvrige fire, mens innbyrdes avhengighet mellom disse og deres individuelle avhengighet av andre linjer ikke var representert. La oss nå fokusere

på linjer og ta hensyn til at fire av linjene i utgangspunktet koordineres av én aktør, Color Line, og at denne aktør kjøper opp en femte linje. Hvilke prediksjoner gir en slik modell for endring i priser og kvanta etter oppkjøp? I første omgang antas det at alle 8 linjer er like nære substitutter slik at krysspriselasiteten mellom et hvert par av linjer er lik. I neste omgang iakttar vi at linjene går mellom ulike havner og at noen linjer trolig er bedre substitutt for hverandre enn andre. I begge varianter studerer vi imidlertid kun pris som handlingsvariabel.

Kalibrering av P-modell.

Modellen har 8 linjer og derfor 8 variable (priser). Fra Steen og Sørgard (1999) anslås antall passasjerer på hver av de 8 linjene. Se tabell 17. For å kunne sammenlikne modellenes prediksjoner følger vi samme kalibreringsrutine som foran. Vi tar prisen for gitt, stipulerer verdier for den eksterne elastisitet og krysspriselasiteten, hvorved egenpriselasiteten er residualt bestemt og etterspørselssystemet kan kalibreres. Til slutt beregnes marginalkostnaden.

Konkurransen fra substitutter utenfor markedet er den samme som foran, slik at vi velger de samme verdier for den eksterne elastisitet: $\epsilon_i = -0.5, -1$ og -2 . Konkurransen mellom linjene er imidlertid ikke som i forrige modell. Flere konkurrenter betyr normalt mer intens konkurranse. Her er det åtte linjer, men fire er koordinerte. Vi velger et bredere spekter og noe lavere krysspriselasiteter: $\epsilon_{ij} = 0.15, 0.25, 0.35$ og 0.5 . Totalt får vi da 12 scenarier.

Tabell 17. P-modell II. Observerte parametre.

Linjer ¹	Selskap	Havner: fra – til	Pris	Antall pass.	Markedsandel
CLOK	Color Line	Oslo – Kiel	0.75	0.46	0.088
CLOH	Color Line	Oslo – Hirtshals	0.75	0.46	0.088
CLMH	Color Line	Moss – Hirtshals	0.75	0.23	0.044
CLKH	Color Line	Kristiansand – Hirtshals	0.75	1.15	0.220
LALF	Larvik Line	Larvik – Frederikshavn	0.75	1.06	0.204
STOF	Stena Line	Oslo – Frederikshavn	0.75	0.56	0.108
DFOØ	DFDS	Oslo – København	0.75	0.67	0.129
SCSS	Scandi Line	Sandefjord – Strømstad	0.75	0.62	0.118

¹ De to første bokstaver betegner selskap og de to siste betegner havner (fra – til).

Fordi Color Lines linjer koordineres, består modellen av to ulike typer FOB: uavhengige Nash-aktører og innbyrdes koordinerte aktører (linjer). De førstnevntes betingelse er som vist i (10), mens de koordinerte linjers betingelse omformes fra (13)

$$\begin{aligned} \partial \Pi_G / \partial p_i &= x_i + \sum_{j \in G} (p_i - c_i) \partial x_i / \partial p_i, \\ (13') \quad &= x_i + (\sum_{j \in G} \epsilon_{ij}) X_i [(p_i - c_i) / P_i], \quad i = \text{CLOK, CLOH, CLMH, CLKH. (Se tabell 17.)} \end{aligned}$$

Kalibrering slik at modellens likevekt (p_i^*, x_i^*) skal være lik observerte priser og kvanta: $p_i^* = P_i$ og $x_i^* = X_i$, betyr som vi så foran, at

$$\begin{aligned} X_i (1 + (\sum_{j \in G} \epsilon_{ij}) [(P_i - c_i) / P_i]) &= 0, \\ \text{eller} \\ (13'') \quad -(\sum_{j \in G} \epsilon_{ij}) &= P_i / (P_i - c_i). \end{aligned}$$

Fra (13'') ser vi at for Color Lines linjer inngår en sum av egenpris- og (interne) krysspriselasiteter (en *netto* elastisitet) og ikke kun egenpriselasiteten. Vi må således gjøre en tilpasning i én eller flere parametre for at modellen skal kunne ha observerte priser og kvanta som løsning. Det er flere veier ut av dilemmaet. Her økes tallverdien for egenpriselasiteten slik at Color Lines netto priselastisitet (sum over fire linjer) er som for de fire uavhengige aktørene. I scenario I, f.eks. får vi $\epsilon_{ii} = -1.55$ for de uavhengige og $\epsilon_{ii} = -2.0$, slik at $\{\epsilon_{ii} + 3(0.15)\} = -1.55$, for hver av de fire koordinerte linjene.

Den beregnede Nash-likevekt er lik observasjonene i tabell 17. Ved beregning av likevekt etter oppkjøp hvor Color Line koordinerer de fem første linjene, endres kun tilpasningen for linje LALF fra (10) som i referansemodellen til (13). (Merk at vi rekalibrerer ikke modellen.) Tabell 18 viser likevekt og prosentvise endringer i forhold til tabell 17 for scenario I. I tillegg viser tabellen prosentvise endringer for scenario III. Disse to danner ytterpunktene mht størrelse på endringene.

Tabell 18. P-modell II: Likevekt etter oppkjøp. (Scenario I og III)

Linje	Pris	Kvantum	Markedsandel	Prosentvise endringer			Prosentvise endringer		
				Pris	kvantum	DB	Pris	kvantum	DB
CLOK	0.786	0.439	0.089	4.8	-4.4	2.7	1.0	-2.4	0.5
CLOH	0.786	0.439	0.089	4.8	-4.4	2.7	1.0	-2.4	0.5
CLMH	0.786	0.219	0.044	4.8	-4.4	2.7	1.0	-2.4	0.5
CLKH	0.786	1.097	0.221	4.8	-4.4	2.7	1.0	-2.4	0.5
LALF	0.860	0.862	0.174	14.6	-18.9	-0.6	3.4	-9.8	-0.3
STOF	0.764	0.576	0.116	1.8	2.8	5.7	0.2	0.6	1.2
DFOØ	0.764	0.691	0.139	1.8	2.8	5.7	0.2	0.6	1.2
SCSS	0.764	0.633	0.128	1.8	2.8	5.7	0.2	0.6	1.2
Gj.snitt / total	0.790	4.957	0.617	5.4	-4.8	3.1	1.2	-2.9	0.6

Color Lines koordinering av aktiviteter gir anledning til å heve prisene. Vi vet at denne modellen predikerer prisøkning. (Se Deneckere og Davidson (1985).) Hvor mye avhenger av modellens parametre og i særdeleshett av priselastisitetene. Med krysspriselastisitet på 0.15 (og en ekstern elastisitet på -0.5), økes prisene på de fire linjene som også var koordinert før oppkjøpet med 4.8%, mens prisen på CLs nye linjen (LALF) som var ukoordinert med de fire før oppkjøpet øker med hele 14.6%. Økte priser gir reduserte volumer for CL. Noen kunder søker til konkurrentene, hvilket gir disse en mulighet til å øke både pris og kvantum. Når vi legger høyere ekstern elastisitet (-2) til grunn, blir alle prosentvise endringer vesentlig lavere pga den større flukten ut av markedet. Selskapene i næringen blir disiplinert av kundenes eksterne muligheter.

Tabell 19. P-modell II: Likevekt etter oppkjøp. Alternative elastisiteter.

$\epsilon_{ij} / \epsilon_i$	Gj.snittlig pris %			Samlet kvantum %		
	-0.5	-1	-2	-0.5	-1	-2
0.15	5.4	2.8	1.2	-4.8	-4.0	-2.9
0.25	4.5	2.8	1.4	-5.1	-4.7	-3.7
0.35	3.8	2.6	1.4	-5.2	-5.0	-4.2
0.50	3.1	2.3	1.4	-5.3	-5.1	-4.7

Tabell 19 viser prosentvis endring i den gjennomsnittlig pris og samlet passasjerantall i alle 12 scenarier. Disse kan sammenliknes med tilsvarende tall i tabell 14, P-modellen med 5 selskaper. Der beregnet vi likevekt for de samme verdier for den eksterne elastisitet (ϵ_i), men kun to verdier for krysspriselastisiteten (ϵ_{ij}): 0.25 og 0.5. Vi finner de prosentvise endringer meget like både når den eksterne elastisitet er lav (-0.5) i begge modeller, og når denne elastisitet er høy (-2). Tallene bak tabellene viser at prosentvise endringer for enkelt selskaper/linjer er også meget like. (Sammenlikn tabellene 13 og 18.)

Et segmentert marked.

I foregående modell tok vi hensyn til at det er 8 linjer, men vi antok at de er symmetriske mht konkurranse. Geografisk nærhet var ikke noe poeng. La oss anta at markedet, dvs. linjer fra sør-øst-Norge, kan deles i segmenter, og anta det er tre segmenter:

- i) nord-Danmark,
- ii) Kiel og København, og
- iii) på tvers av Oslofjorden.

SCSS betjener segment iii), CLOK og DFOØ betjener segment ii) og de resterende fem seiler i segment i). I et segmentert marked er krysspriselasitet mellom linjer innen et segment større enn mellom linjer i ulike segmenter; vi skal anta at den er tre ganger høyere innen segmentet. Segmenteringen i markedet er i tabell 20 vist ved hjelp av skyggelegging. Første og sjuende linje inngår i segment ii). Siste linje utgjør segment iii), mens de fem midtre linjene utgjør segment i).

Som foran velges verdiene -0.5, -1 og -2 for den eksterne elastisitet. Vi velger to nivåer for krysspriselasitetene: 0.1/0.3 og 0.3/0.9. For Color Lines linjer har vi (som foran) regnet brutto egenpriselasitet: $\epsilon'_{ii} = \epsilon_{ii} - \sum_{j \in CL} \epsilon_{ij}$. Tabell 20 viser egen- og krysspriselasiteter for de laveste anslag på både ekstern elastisitet og krysspriselasitet. (Scenario I.)

Tabell 20. Egenpris- og krysspriselasiteter i et segmentert marked.

	CLOK	CLOH	CLMH	CLKH	LLLF	STOF	DFOØ	SCSS
CLOK	-1.7	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.1
CLOH	0.1	-2.7	0.3	0.3	0.3	0.3	0.1	0.1
CLMH	0.1	0.3	-2.7	0.3	0.3	0.3	0.1	0.1
CLKH	0.1	0.3	0.3	-2.7	0.3	0.3	0.1	0.1
LALF	0.1	0.3	0.3	0.3	-2.0	0.3	0.1	0.1
STOF	0.1	0.3	0.3	0.3	0.3	-2.0	0.1	0.1
DFOØ	0.3	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	-1.4	0.1
SCSS	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	-1.2

Modellens marginalkostnader kalibreres slik likevekten er lik observasjonene, dvs. som i tabell 17. Likevekten etter oppkjøp (tabell 21) er derimot en annen (enn tabell 18), fordi modellen nå har andre krysspriselasiteter. Forskjellene på tabellene 18 og 21 er imidlertid små.

Tabell 21. P-modell II, segmentert marked: Likevekt etter oppkjøp. (Scenario I og III)

Linje	Pris	Kvantum	Markedsandel	Prosentvise endringer			Prosentvise endringer		
				Pris	Kvantum	DB	Pris	Kvantum	DB
CLOK	0.765	0.465	0.096	3.9	-1.9	3.5	2.0	-1.8	1.9
CLOH	0.801	0.423	0.087	6.4	-7.0	4.9	3.6	-5.8	2.7
CLMH	0.801	0.211	0.043	6.4	-7.0	4.9	3.6	-5.8	2.7
CLKH	0.801	1.057	0.217	6.4	-7.0	4.9	3.6	-5.8	2.7
LALF	0.874	0.793	0.163	16.5	-25.5	-1.0	9.8	-20.4	-1.0
STOF	0.772	0.593	0.122	2.9	5.7	11.8	1.3	3.3	6.6
DFOØ	0.763	0.688	0.142	1.9	2.6	5.3	0.7	1.4	2.9
SCSS	0.764	0.629	0.130	1.8	2.2	4.5	0.7	1.2	2.5
	0.796	4.859	1	6.1	-6.6	4.3	3.5	-5.7	2.3

Utgangspunktet er at konkurransen i segmentet nord Danmark endres. Her blir én av to konkurrerende linjer kjøpt opp og CL øker sin andel i dette segment fra 53% til 84% (basert på statistikk for 1996). I de andre segmentene skjer ingen strukturendring; de blir påvirket via ring-virkninger fra endret prissetting i segment nord Danmark. CL øker sine priser i nord Danmark mer i denne modellen enn i foregående modell hvor markedet ikke var segmentert. Stena Line som konkurrerer med Color Line i segment nord Danmark tjener mest på at Color Line reduserer sitt tilbud. Color Line finner det ikke opportunt å høyne prisen på Kiel-linjen like mye som på linjene til nord Danmark fordi konkurransen i Kiel - København segmentet ikke er endret. Tabell 22 viser prosentvis endring i gjennomsnittlig pris i markedet og det samlede passasjerantall.

Tabell 22. P-modell II, segmentert marked: Alternative elastisiteter.

$\epsilon_{ij} / \epsilon_i$	Gj.snittlig pris %			Samlet kvantum %		
	-0.5	-1	-2	-0.5	-1	-2
0.1	6.1	3.5	1.6	-6.6	-5.7	-4.3
0.3	3.4	2.6	1.7	-7.1	-6.9	-6.3

Oppsummering. Vi har nå analysert Color Lines oppkjøp ved hjelp av fire ulike modeller, og analysen har frembrakt en stor mengde tall. Dels skyldes det at mange aktører er involvert, men ikke minst skyldes det at vi er genuint usikre på størrelsen på sentrale parametre. Vi har derfor gjennomført en omfattende sensitivetsanalyse, hvor likevekten er beregnet for ulike verdier på den eksterne elastisitet (styrken i konkurransen fra tilbud utenfor dette marked) og krysspriselas-tisitetene (konkurransen mellom produkter innen markedet). Hva har vi så lært, og hva kan vi si om størrelsen på den forventete økning i den gjennomsnittlige pris (**P%**) i markedet?

En sammenlikning av prosenttallene i alle fire modeller (tabellene 13, 15, 18 og 21 og tabellene 14, 16, 19 og 22), viser stor samstemmighet når like forutsetninger legges til grunn. Spesielt gjelder dette de tre P-modellene, mens Q-modellen gir klart større utslag.

Ett trekk som trer fram er at jo høyere ekstern elastisitet (ϵ_i), jo lavere prisøkning. (Det kunne vi sagt på forhånd.) Det er imidlertid ikke en slik sammenheng når det gjelder krysspriselas-tisitetens (ϵ_{ij}) størrelse. Når ϵ_i er lav, gir en høyere ϵ_{ij} lavere prisøkning; mens det er omvendt ved en høy ϵ_i . Det betyr at spredningen i anslaget på prisøkning (**P%**) er mindre ved høyere kryssprise-

lastisiteter. Dersom vi antar at midlere anslag for ϵ_i og ϵ_{ij} gir best beskrivelse av realitetene, vil en interpolering over $P\%$ -tallene gi et anslag på om lag 2-2.5% gjennomsnittlig prisstigning i markedet. Vi merker oss imidlertid fra tabellene 13, 15, 18 og 21 at dette gjennomsnitt dekker over en betydelig spredning i prisøkningen.

5.5 Sesonger, kundetyper og kapasiteter.

I de foregående analyser har vi sett bort fra at kundenes reisemønster har et klart sesongpreg, slik at fartøyenes kapasiteter blir ujevnt utnyttet. Belegget i sommersesongen er opp mot kapasitetsgrensen, mens man resten av året har til dels betydelig ledig kapasitet. Selskapene vil forsøke å utjevne den varierende ubalanse mellom tilbud og etterspørsel, dels ved å endre kapasiteten over året ved å ta ut fartøyer, ha sjeldnere avganger, etc. og dels ved å stimulere etterspørselen via prisreduksjon utenfor sommersesongen.

Fordi sesongmønsteret er omlag likt for alle linjer synes ikke disse dimensjoner å kunne være vesentlige for vår analyse. Det er imidlertid ett forbehold. I en gjennomsnittsbetraktning som en årsmoell innbyr til spiller kapasiteter liten rolle. I en sesongmoell derimot, ville likevektsløsningen innebære full kapasitetsutnyttelse i toppsesongen. Da ville skyggeprisen for kapasitet telle med ved prisfastsettelsen slik at full marginalkostnad ville være høyere. Se kapittel 4.4

I en analyse som skulle yte dette forhold full rett burde man ta hensyn til alle tre dimensjoner: sesong, kundetype og kapasiteter. Man kunne dele året i to: sommersesong og resten av året, dele kundene i to typer: feriekunder og shoppingkunder og ta hensyn til ulike kapasiteter: dekk til biler og køyer/liggestoler til passasjerer. Vi snakker da om å dele hver av de foregående 8 linjer inn i fire underkategorier, altså 32 variable, som angår pris på linje j til kundetype k i sesong s , og hvor det i tillegg er begrensninger på det antall passasjerer og biler man kan ta om bord på linje j i sesong s . En slik moell er fullt ut overkommelig, men faller utenfor rammen for dette prosjekt.

5.6 Markedslikevekt og metaspill

Konkurransen i virkelighetens markeder har betydelige dynamiske elementer. Bedrifter reklamerer for sine navn og merker for å øke etterspørselen etter sine produkter, de investerer i ny kapasitet for å kunne produsere mer og i FoU for både å kunne produsere billigere og lansere nye produkter, de inngår samarbeidsrelasjoner med leverandører, kunder og konkurrenter for å forbedre sin posisjon i de korresponderende markeder, og de agerer overfor og reagerer på hverandre og rammebetingelsene.

Vi har benyttet en statisk modellramme, hvor dynamikk ikke har noen eksplisitt plass. Løselig tolket er den statiske likevekt basert på at alt blir ved det gamle. Som påpekt foran tar modellrammen strukturelle parametre som antall bedrifter, deres produktspekter og utforming eller lokalisering, bedrifters atferd og samarbeidsrelasjoner, etterspørsel og marginale kostnader for gitte. I analysen må man fange opp på utsiden av modellen de endringer som vil kunne finne sted i slike parametre. Nå er det imidlertid ikke slik at endringshastigheten hverken er stor og jevn over tid eller lik mellom bransjer. Noen steder og til noen tider skjer det store endringer, i andre sammenhenger har man rimelig stabile forhold over mange år.

I våre beregninger har vi bl.a tatt en aktørs atferd for et datum. Vi har riktignok analysert likevekt for ulike typer atferd, men hver likevekt er betinget av gitte atferdsparametre. Vi kan derfor ikke si at en beregnet markedslikevekt ubetinget viser aktørens optimale tilpasning. F.eks. har Salant m.fl. (1983) vist at kooperativ tilpasning innen rammen av en Nash-Cournot modell medfører redusert overskudd for deltakende parter så lenge man ikke kontrollerer minst 80% av markedet⁷⁰. Et samarbeidsprosjekt som omfattet en så stor del av markedet, burde kunne følge en annen strategi, f.eks. være leder.

Vi har også tatt andre aktør- og næringsinterne forhold som gitte. F.eks. tok vi det linjemønster som eksisterte i 1996 for gitt. Man kunne tenke seg at noen selskaper som følge av Color Lines oppkjøp av Larvik Line, ville etablere nye linjer. Konkurransetilsynet antydte en slik mulighet, nemlig at bortfallet av en konkurrent i trafikken på nord-Danmark og Color Lines incentiv til å

⁷⁰ Cournot-modell for et homogent produkt hvor aktører har lik og konstant marginalkostnad.

høyne prisen, kunne friste en annen aktør til å etablere seg. Alternativt kunne man tenke seg at denne aktøren (f.eks. Stena Line) totalt sett ville se seg best tjent med ikke å gå inn i segmentet fordi det kunne utløse konkurranse i et annet segment, som ligger utenfor denne analysen, og der medføre større tap enn gevinsten ved nyetablering⁷¹. (Se Steen og Sjørgard (1999).)

Forhold som valg mellom alternative atferdstyper og valg av alternative etableringer gjør man som oftest lurt i å analysere vha flere modeller eller varianter av samme modell i stedet for innen én og samme modell. For å konkretisere disse tanker, betrakt følgende tenkte sekvensielle spill:

Trinn 1: Color Line vurderer å kjøpe Larvik Line.

Trinn 2: Stena Line vurderer å etablere ny linje fra Kristiansand til Frederikshavn.

Trinn 3. Color Line vurderer å etablere linje X som konkurrent til Stena Line i et annet segment.

Vår foregående analyse angår trinn 1. Vi har en referansemodell (før oppkjøp). Den kan fortolkes som også å representere intet oppkjøp. Dernest har vi modellen for koordinering etter oppkjøp. Begge disse modeller er betinget av at Stena Line ikke etablerer en ny linje fra Kristiansand. Det ville være uproblematisk å lage en utvidet modell som inneholdt en slik ny linje. Den modellen kunne beregne potensiell gevinst for Stena Line og dermed hvilken trussel en ny linje ville innebære for CL. Det skulle heller ikke være vanskelig å analysere, eventuelt modellere konkurranse i et annet marked enn det vi har studert for å få oversikt over i hvilken grad CL kan redusere Stena Lines overskudd, for derved å hindre Stena Lines etablering i Kristiansand. Vårt poeng er at en markedsmodell med gitte forutsetninger om atferd og markedsstruktur kan benyttes til å beregne aktørenes overskudd på gitte punkter (i gitte celler) i et overordnet spill. Dernest må vi analysere dette overordnede spillet for å finne aktørenes beste strategier og de samfunnsmessige konsekvenser av disse⁷².

⁷¹ Om flermarkedskontakt og terrorbalanse, se Bernheim og Whinston (1990).

⁷² Se f.eks. analysen av norsk sementproduksjon i perioden 1923-67, hvor de tre aktørenes avtale om markedsdeling basert på kapasitet førte til etablering av overkapasitet og samfunnsmessig tap. Sjørgard og Steen (1999) modellerte næringen vha et to trinns spill hvor aktørene tilpasset kapasitet i trinn 1 for deretter å konkurrere på pris i trinn 2.

6. Oppsummering

Willig foreslo å benytte en simuleringsmodell for prissetting i et differensiert oligopol som referanse ved analyse av samfunnsøkonomiske konsekvenser av bedriftssamarbeid. Forslaget innebar flere fordeler. For det første gir denne modellen en mer realistisk beskrivelse av en oligopolistisk næring enn frikonkurransen som var standard tidligere og skulle derved gi et bedre grunnlag for vurdering av størrelsesorden for samfunnets tap pga samarbeid. For det andre, og det har vært vårt fokus, gir bruk av simuleringsmodell en rekke fordeler mht å kunne gjennomføre en konsistent analyse av det nevnte problemkompleks.

En simuleringsmodell viser både hva som er relevant informasjon og hvordan ulike biter settes sammen. Vha modellen simulerer man markedet og man kan derved måle med en viss nøyaktighet samfunnsmessig tap som følge av redusert konkurranse. Her veier modellen beskrevne fordeler og ulemper ved samarbeid mot hverandre. Modellbruk krever videre at deltakerne i analysearbeidet og andre interessenter konkretiserer sine inntrykk. Modellarbeidet bidrar dermed til en avklaring av forhold som ellers ville kunne passere som om man var enige, mens man i realiteten har vidt forskjellig syn på saken. Modellbruk vil også kunne bedre en utenforståendes mulighet til på egen hånd å forutsi (hvilke konsekvenser et tenkt samarbeid vil kunne få og derfor) hvordan Konkurransemyndighetene vil betrakte det.

Et marked med differensierte produkter hvor produsentene har ulike markedsandeler vil være utilgjengelig for analyse med mindre man har en modell. Willigs formel for den resulterende prisøkning for to differensierte produkter⁷³ som kommer under koordinert prissetting, kan tilsynelatende overflødiggjøre en simuleringsmodell. Men det er bare tilsynelatende. For det første er formelen i seg selv en simuleringsmodell; så hvorfor operere med en modell som er rettet inn kun mot én problemstilling og som kun betrakter deler av næringen? Dessuten fanger formelen kun opp en del av prisstigningen, nemlig den bokstavelig talt ensidige prisøkning som samarbeid gir partene grunnlag for, og ikke de ringvirkninger som følger av at konkurrentene responderer på denne prisøkning, hvorpå samarbeidspartene responderer osv. Formelen kan ikke beregne den resulterende likevekt – til det trengs hele modellen.

⁷³ Willig (1991, fotnote 43). Formelen kan generaliseres til n produkter.

I litteraturen om *merger*-analyser, synes det som om man tar for gitt at utgangspunktet er Nash.⁷⁴ Det synes fornuftig i en rekke situasjoner. Men det kan tenkes markeder hvor man har erfaring for annen atferd, f.eks. at én bedrift spiller en lederrolle. Slike situasjoner kan også modelleres og analyse kan gjennomføres analogt til om utgangspunktet var Nash.

Det er enkelt å formulere en modell og beregne dens likevekt. En potensiell modellbygger har mange programpakker å velge mellom: f.eks. Mathematica, Maple, GAMS og regneark som LOTUS og EXCEL. Vi har hovedsakelig benyttet EXCEL, men også formulert noen modeller i GAMS, som forenkler arbeidet med å kode den matematiske modellen. Generelt sett finner vi regneark hensiktsmessig når man skal forsøke seg fram både med datahåndtering/ kalibrering og formulering/løsning av alternative modeller. Andre forskere med annen erfaring, kan foretrekke annet verktøy.

Modellbruk byr imidlertid også på en rekke fallgruver. Den mest åpenbare ligger i stipulering av for lave egenpriselasiteter. Monopol-caset er velkjent fra lærebøker: Monopolistens tilpasning finner sted på den elastiske del av etterspørselskurven. Det er lett å glemme denne innsikt når man modellerer et oligopol. Betrakt et duopol i differensierte produkter hvor bedriftene har like markedsandeler og hvor priselasiteten for produktet anslås til $e = -0.8$. Nash-modellen har løsning, også om man modellerer etterspørsel med konstant priselasitet. Beregning av likevekt for et kartell er imidlertid fånyttet⁷⁵. Modeller med andre funksjonstyper har løsning, fordi priselasiteten øker med prisen. Men hvilken rolle spiller funksjonsvalget for den resulterende løsning? Jfr figur 4: økt pris og økt volum er en lite troverdig prediksjon, men hva med økt pris og ubetydelig volumreduksjon? Hvor stor sikkerhetssone bør vi operere med? Som vist både i figurene 4 og 5 og i kapittel 5, er det behov for sensitivitetsanalyse, dvs. simulering med alternative verdier for de mest sentrale og usikre parametre.

Et problem man garantert vil stå overfor i praktisk bruk av denne type verktøy er hvordan man skal modellere flervareproduksjon. Skal man identifisere en produsents enkeltvarer eller er det

⁷⁴ Borenstein m.fl. (1999) antar at store aktører følger en Nash-atferd, mens de små er pristakere. Det er en rimelig formulering i en modell hvor (de små) aktørene har knappe kapasiteter. Det ville imidlertid være meningsløst å modellere pristakere med konstant marginalkostnad og ubegrenset kapasitet. De ville i så fall ta hele markedet.

⁷⁵ Crooke m.fl. (1997) erfarte trolig dette i sine simuleringer med fire typer etterspørselsfunksjoner.

tilstrekkelig å betrakte et aggregat av hans varespekter? Jfr. fergeeksemplet i kapittel 5.3, hvor man kunne risikere å trekke konklusjoner på fullstendig feil grunnlag, nemlig hvor en beregnet prisendring kunne skyldes modellarbeidet og ikke oppkjøpet som var det man ville analysere.

Et meget vanskelig punkt er å kunne modellere det som er aktørens atferd, både hvilke handlingsvariable (pris, kvantum, andre policy-variable) de anvender og hvordan de vurderer konkurrenters reaksjon på egne handlinger. Hva vet en ekstern analytiker om dette? Empirisk arbeid kan også gi vidt forskjellige konklusjoner. Vi har gjennom rapporten via eksempler illustrert den teoretiske innsikt angående pris kontra kvantum som handlingsvariabel og de konsekvenser disse gir ved bedriftssamarbeid. Mer kan vi ikke si. Dagens forståelse innen næringsøkonomi synes å være at det enkelte case må tale for seg. Det finnes ikke én modell som passer alle næringer. Verktøykassen inneholder imidlertid mange relevante modeller som burde danne et godt utgangspunkt for konstruksjon av simuleringsmodell(er) for det konkrete case.

Litteratur

- Anderson, S.P., og A. de Parma, (1992), Multiproduct Firms: A Nested Logit Approach, *The Journal of Industrial Economics*, vol. XL, September., 261-276.
- Azzam, A.M., (1997), Measuring Market Power and Cost-Efficiency Effects of Industrial Concentration, *The Journal of Industrial Economics*, vol. XLV, Dec., 377-386.
- Bernheim, B.D., og M.D. Whinston, Multimarket Contact and Collusive Behavior, *RAND Journal of Economics*, vol 21, Spring, 1-26.
- Borenstein, S., og J. Bushnell, (1999), An Empirical Analysis of the Potential for Market Power in California's Electricity Industry, *The Journal of Industrial Economics*, vol. XLVII, September, 285-323.
- Borenstein, S., m.fl., (1999), Market Power in Electricity Markets: Beyond Concentration Measures, *The Energy Journal*, vol 20, no. 4, 65-88.
- Bowley, A.L. (1924), *The Mathematical Groundwork of Economics*, Oxford University press, Oxford.
- Bulow, J. m.fl., (1985), Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements, *Journal of Political Economy*, 93, 488-511.
- Cotterill, R.W., og L.E. Haller, (1997), An Econometric Analysis of the Demand for RTE Cereal: Product Market Definition and Unilateral Market Power Effects, Research Report No. 35, Dept. of Agr. and Res. Econ., University of Connecticut.
- Cotterill, R.W., m.fl., (1999), Assessing the Competitive Interaction Between Private Labels and National Brands, Research Report No. 44, Dept. of Agricultural and Resource Economics, University of Connecticut.
- Crooke, P., m.fl. (1997), Properties of Computed Post Merger Equilibria, Vanderbilt University, Nashville, Tennessee.
- Daughety, A.F., Beneficial Concentration, *American Economic Review*, vol 80, 1231-37.
- Davidson, C., og R. Deneckere, (1986), Long-run Competition in Capacity, Short-run Competition in Price, and the Cournot Model, *RAND Journal of Economics*, vol 17, Autumn, 404-415.
- Deaton, A., og J. Muellbauer (1980), An Almost Ideal Demand System, *American Economic Review*, vol 70, 312-326.
- Deneckere, R., og C. Davidson, (1985), Incentives to Form Coalitions with Bertrand Competition, *RAND Journal of Economics*, vol 16, Winter, 473-486.

- Deneckere, R., m.fl., (1992), A Model of Price leadership based on Consumer Loyalty, *The Journal of Industrial Economics*, vol. XL, June, 147-156.
- Dowrick, S., (1986), von Stackelberg and Cournot Duopoly: Choosing Roles, *Rand Journal of Economics*, vol 17, Summer, 251-260.
- Ellison, S.F., m.fl. (1997), Characteristics of Demand for Pharmaceutical Products: An Examination of Four Cephalosporins, *RAND Journal of Economics*, vol 28, Autumn, 426-446.
- Frisch, R. (1933), Monopole – Polypole – La Notation de Force dans L'Economie, *Nationaløkonomisk Tidsskrift*, 71.
- Froeb, L.M. og G.J. Werden, (1992), The Reverse *Cellophane* Fallacy in Market Delineation, *Review of Industrial Organization*, vol 7, 241-247.
- Haskel, J. og Scaramozzino, P. (1997), Do other firms matter in oligopolies? *The Journal of Industrial Economics*, vol XLV, March, 27-45.
- Holthausen, D. (1979), Kinky Demand, Risk Aversion, and Price Leadership, *International Economic Review*, vol 20. 341-348.
- Kolstad, C.D., og L. Mathiesen (1987), Necessary and sufficient conditions for uniqueness of a Cournot equilibrium, *Review of Economic Studies*, vol LIV, 681-690.
- Kolstad, C.D., og L. Mathiesen (1991), Computing Cournot-Nash Equilibria, *Operations Research*, vol 39, 739-745.
- Kreps, D., og J. Scheinkman, (1983), Quantity Precommitment and Bertrand Competition Yield Cournot Outcomes, *The Bell Journal of Economics*, vol 14, 326-337.
- Lubatkin, M.H., m.fl., (1998), Towards a Post-Structural View of Competition: Three Cases of Horizontal Merger, Research Report No. 38, Dept. of Agricultural and Resource Economics, University of Connecticut.
- Lommerud, K.E., og L. Sørgard, (1998), Merger and Product Range Rivalry, *International Journal of Industrial Organization*, vol 16. 21-42.
- Mathiesen, L. (1986), MAREQ: Et modellformat for markedsanalyser, Rapport 4/86, Senter for anvendt forskning, Bergen.
- Mathiesen, L. (1990), Markedsanalyse for viktige norske eksportvarer, *Sosialøkonomen*, nr. 4.
- Mathiesen, L. m.fl. (1987), "Degrees of Market Power in the Western European Natural Gas Market, i Hoel og Vislie.

- Mathiesen, L. m.fl. (1987), "The European Natural Gas Market: Degrees of Market Power on the Selling Side", pp. 27-58, in *Natural Gas Markets and Contracts*, R. Golombek, M. Hoel and J. Vislie (red.), Amsterdam: North-Holland.
- Nevo, A., (1999), A Practioner's Guide to Estimation of Random Coefficients Logit Models of Demand, unpublished manuscript, University of California.
- Nevo, A. (1998), Measuring Market Power in the Ready-To-Eat Cereal Industry, Research Report No. 37, Dept. of Agricultural and Resource Economics, University of Connecticut.
- Norges Høyesterett (1995), Inr 159/1995, snr.215/1994.
- Pakes, A., (1999), A Framework for Applied Dynamic Analysis in IO, unpublished manuscript, Yale University.
- Quirk, J., og R. Saposnik, (1968), *Introduction to General Equilibrium Theory and Welfare Economics*, New York: McGraw Hill.
- Rotemberg, J. og G. Saloner, (1990), 'Collusive Price Leadership' *The Journal of Industrial Economics*, vol XXXIX, 93-111.
- Salant, S., m.fl. (1983), Losses Due to Merger: The Effects of an Exogeneous Change in Industry Structure om Cournot-Nash Equilibrium, *Quarterly Journal of Economics*, vol 48, 185-200.
- Scherer, F.M., (1991), Comments on Willig's paper, *Brookings Papers on Economic Activity: Microeconomics*, 323-329.
- Shaked, A., og J. Sutton, (1990), Multiproduct Firms and Market Structure, *Rand Journal of Economics*, vol 21, Spring, 44-62.
- Shapiro, C., (1989), Theories of Oligopoly Behavior, i R.Schmalensee og R.D. Willig (red.), *Handbook of Industrial Organization*, vol 1, Amsterdam: North Holland.
- Shapiro, C., (1995), Mergers with Differentiated Products, Address before the American Bar Association, November 9, 1995. Publisert i *Antitrust*, 10, 23-30.
- Singh, N. og X. Vives, Price and Quantity Competition in a Differentiated Duopoly, *RAND Journal of Economics*, vol 15, 546-554.
- Steen, F. (2000), Kostnads- og etterspørselsestimering i markedsmoedeller. SNF-Working Paper No. 14/00.
- Steen, F., og L. Sjørgard (1999), Semicollusion in the Norwegian cement market, *European Economic Review*, vol 43, 1775-1796,

- Steen, F., og L. Sjørgard (1999), *Fergekampen i Nordsjøen og Skagerrak*, SNF-Rapport 42/99, Stiftelsen for samfunns- og næringslivsforskning, Bergen.
- Sutton, J. (1991), *Sunk Costs and Market Structure: Price Competition, Advertising, and the Evolution of Concentration*, Cambridge: MIT Press.
- Sjørgard, L. (1997), *Konkurransestrategi. Eksemppler på anvendt mikroøkonomi*, Bergen: Fagbokforlaget.
- Takayama, A. (1974), *Mathematical Economics*, Hinsdale: Dryden Press.
- Tirole, J., (1988), *The Theory of Industrial Organization*, Cambridge: MIT Press.
- Werden, G.J., (1996), 'A Robust Test for Consumer Welfare Enhancing Mergers among Sellers of Differentiated Products', *The Journal of Industrial Economics*, vol XLIV, December, 409-413.
- Werden, G.J., og L.M. Froeb, (1996), 'Simulation as an Alternative to Structural Merger Policy in Differentiated Products Industries', i M.Coate og A.Kleit (red.), *The Economics of Antitrust Process*, New York: Kluwer.
- Werden, G.J., og L.M. Froeb, (1998), 'The Entry-Inducing Effect of Horizontal Mergers: An Exploratory Analysis', *The Journal of Industrial Economics*, vol. XLVI, Dec., 377-386.
- Willig, R.D., (1991), 'Merger Analysis, Industrial Organization Theory and Merger Guidelines', *Brookings Papers on Economic Activity: Microeconomics*, 281-332.

Vedlegg

1

Lars Mathiesen,
NHH, 21.8.1995

Beregning av likevekt vha regnearket EXCEL^{*)}

Formålet med dette notat er å illustrere hvordan man kan formulere en likevektsmodell og beregne likevektspris og kvantum vha regnearkprogrammet EXCEL (eller andre tilsvarende program, f.eks. LOTUS 123). Notatet er skrevet for undervisning ved NHH, spesielt for studenter i kurset STR 1600 Konkurransanalyse, og det fokuserer på partielle likevektsmodeller. Første kapittel illustrerer metoder vha funksjoner i én varabel. Dette kan virke trivielt, men det er nødvendig å få en god intuitiv forståelse for metodene før vi går til økonomiske modeller som vil inneholde n funksjoner i n variable, og hvor det blir betydelig vanskeligere å holde oversikten. Innholdet i notatet er:

1. Iterative metoder, regneark og ikke-lineær programmering

- 1.1 Tatonnement-metoden
- 1.2 Newton-metoden
- 1.3 Ikke-lineær programmering

2. Økonomiske modeller

- 2.1 Likevekt og konjunktural variasjon
- 2.2 Usegmentert marked: Cournot-adferd
- 2.3 Leder med haleheng
- 2.4 Segmentert marked: Cournot-adferd, samarbeid og pristakere
- 2.5 Oligopol og differensierte produkter

^{*)} Lars Sørgard har gitt verdifulle kommentarer til en tidligere versjon.

1. Iterative metoder, regneark og ikke-lineær programmering.

La x være en reell variabel og $f(x)$ en kontinuerlig funksjon. Et velkjent matematisk problem er å beregne en løsning for $f(x)$, dvs.

$$(1) \quad \text{beregne } x^* \text{ slik at } f(x^*) = 0.$$

For noen funksjonstyper finnes en analytisk løsning, dvs. x uttrykt ved parametrene i funksjonen. La f.eks. $f(x) = A/x - B$ og $g(x) = ae^x - b$. Da løser $x^* = A/B$ likningen $f(x) = 0$ og $x^* = \ln(b/a)$ løser $g(x) = 0$. Men $h(x) \equiv f(x) - g(x) = A/x - B - ae^x + b = 0$ finner vi ingen generell analytisk løsning for. Dette vil være tilfelle med en rekke økonomiske likevektsmodeller hvor likningene typisk uttrykker differansen mellom flere funksjoner, f.eks. etterspørsel og tilbud, eller marginalinntekt og marginalkostnad. Knappheten på funksjonstyper med analytiske løsninger er en vesentlig årsak til at men i IO-litteraturen holder seg til lineære funksjoner. De er gjerne tilstrekkelige til å demonstrere (lokale) egenskaper ved en likevekt, men kan være mindre egnet ved analyse av skift. Da trengs ofte «kurvatur», konstant marginalkostnad og/eller lineær etterspørsel kan bli for enkelt.

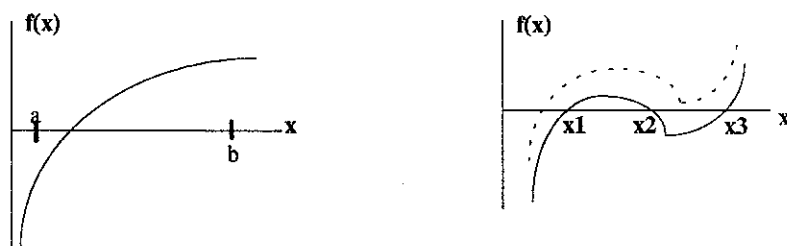
Det finnes en mengde dataprogrammer som kan beregne en løsning numerisk. Grunnen til likevel å demonstrere hvordan man kan formulere en modell og beregne dens løsning, er at økonomiske problemstillinger gjerne er noe mer spesielle enn (1); x^* må som oftest være ikke-negativ. Likningsløserne i Maple og Mathematica, og EXCELS Solver, etc. takler nødvendigvis ikke den jobben¹.

Anta at funksjonen $f(x)$ er kontinuerlig over det aktuelle intervall $[a, b]$ og videre at $f(a) < 0$ og $f(b) > 0$. Da skjærer f x -aksen mellom a og b . Vi skal begrense analysen til funksjoner som er monotont stigende (fallende), se fig 1a, hvor det er kun én skjæring. Metodene kan i og for seg anvendes for ikke-monotone funksjoner, se figur 1b. I dette tilfelle er imidlertid både den økonomiske del av analysen og beregning av løsning vanskeligere².

¹ Mens modellene i kap. 2.2 og 2.3 normalt vil kunne løses av Maple, er modellene i kap. 2.4 «vanskelige».

² Hvilken av løsningene x_1 , x_2 og x_3 svarer til virkeligheten? Hvordan gjennomføre komparativ statistisk analyse? Anta at x_3 er beregnet som den aktuelle løsning og at man vurderer skift i en parameter - f.eks. en skattesats - hvorefter f skifter opp til den stiplede kurven. Hva betyr det at løsningen x_3 «forsvinner»?

Figur 1. Illustrasjon av en monoton og en ikke-monoton funksjon



I økonomisk teori, numerisk analyse og operasjonsanalyse er det en omfattende litteratur som beskriver metoder for (1). De er basert på to prinsipper: «prøve og feile» og «forenkle og løse». For funksjoner i en variabel er det lett både å visualisere en søkerutine og å beregne en løsning. For å være til hjelp ved løsning av modeller med flere variable må slike rutiner innebære en systematisk leting. Her presenteres to slike metoder kalt hhv «tatonnement» og «Newton». Den første er velkjent innen økonomisk teori, den andre er mer kjent innen numerisk analyse og operasjonsanalyse. Begge metoder krever at bruker spesifiserer et startpunkt, x^0 , og et stopp-kriterium ϵ (et lite, positivt tall). Metoden består av regler som beregner x^1, x^2, \dots dvs. en sekvens av tall $\{x^t\}$, og denne prosessen stoppes etter iterasjon t når $|f(x^t)| < \epsilon$. Altså stopp når vi har funnet en x -verdi som gir en f -verdi tilstrekkelig nær null³.

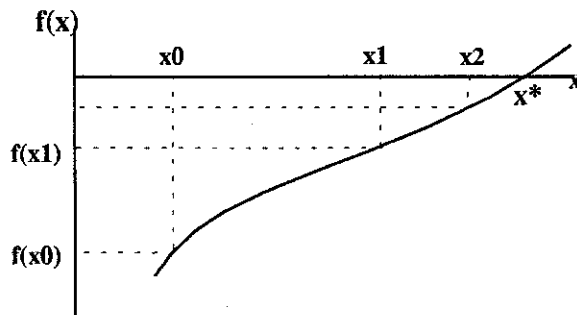
³ En datamaskin (med et begrenset antall sifre) kan sjelden beregne x^* eksakt slik at $f(x^*)=0$. Vi må nøye oss med en tilnærmet verdi x' slik at $|f(x')| < \epsilon$. PC-er (386/486) kan gi avvik ned til en størrelsesorden på 10^{-16} .

1.1 Tatonnement-metoden.

Anta at f er monotont stigende og skjærer x -aksen i punktet x^* som vi altså ikke kjenner, men ønsker å finne. Poenget med metoden er illustrert i figur 2. La oss «gjette» på x^0 som løsning og fastsette en toleransegrense ϵ , f.eks. 10^{-3} . Vi beregner $f(x^0)$ og finner at tallverdien er større enn toleransegrensen, dvs. $|f(x^0)| > \epsilon$. Altså er ikke x^0 en tilstrekkelig nøyaktig løsning. Vi har prøvet og feilet, og vil prøve igjen og det på en systematisk måte.

Vi finner at $f(x^0) < 0$. Ettersom f er monotont stigende, må løsningen ligge til høyre for x^0 , altså må vi øke x . Metoden⁴ spesifiserer neste x -verdi, x^1 , som $x^1 = x^0 - s f(x^0)$, hvor $s > 0$ er en konstant fastsatt av bruker, dvs. jeg som bruker bestemmer hvor langt til høyre x^1 skal ligge. x^1 er tegnet inn i figuren, og $f(x^1)$ kan beregnes. Dersom $f(x^1)$ også er for stort avvik fra 0, beregnes en ny løsning x^2 , osv.

Figur 2. Illustrasjon av tatonnement-metoden



Generelt er det slik at dersom $|f(x^t)| > \epsilon$, beregnes den nye x -verdi som

$$(2) \quad x^{t+1} = x^t - s f(x^t).$$

Eksempel. La $f(x) = x^2 - 2x - 2$. Sett $s=0.3$ og velg $x^0 = 1$. Da er $f(1) = -2$, hvorefter $x^1 = x^0 - sf(x^0) = 1 - 0.3(-2) = 1.6$. $f(1.6) = -1.04$ og $x^2 = 1.912$. Vis at $x^3 = 1.9888$.

⁴ Tatonnement beskrives i økonomisk teori som en *kontinuerlig* prosess: $dx/dt = \dot{x} = -sf(x)$, hvor t betegner tid. Med en viss misbruk av begreper omtaler vi den *diskrete* prosess: $x^{t+1} - x^t = -sf(x)$, som tatonnement.

Avviket fra null, altså $f(x^t)$, benyttes til å beregne den nye verdien. Vi kan observere to forhold som gjør $f(x^t)$ til et fornuftig valg:

- i) Fortegnet på $f(x^t)$ avgjør om x^* ligger til høyre ($f(x^t) < 0$) eller venstre ($f(x^t) > 0$) for x^t , slik at x^{t+1} vil innebære *et steg i riktig retning*, og
- ii) dersom avviket ($|f(x^t)|$) er «stort», ligger trolig x^* -verdien et «godt stykke ifra» x^t , mens dersom avviket er «lite», er x^* -verdien «nær». Det betyr at *steg-lengden*, $x^{t+1} - x^t$, er *avpasset avstanden til løsningen* og avtar når prosessen nærmer seg løsningen x^* .

Teorem. La f være kontinuerlig og monoton over intervallet $[a, b]$ og la $f(a)f(b) < 0$. Da har f en løsning $x^* \in [a, b]$, og det finnes en konstant $s \neq 0$ slik at sekvensen $\{x^t\}$ beskrevet ved (2) konvergerer mot x^* for enhver $x^0 \in [a, b]$.

Teoremet sier at når f stiger fra negativ til positiv verdi (eller faller fra positiv til negativ verdi) skjæres x -aksen og stegene går mot x^* uansett hvor i intervallet man starter. Det går åpenbart raskest om man gjør en «god» gjettning på x^0 . Fastsettelsen av s -verdien er det kritiske punkt ved tatonnement-metoden. Vi kommer tilbake til dette nedenfor. Vi har omtalt s som en konstant. Det er intet i veien for å endre s underveis i prosessen (se kapittel 2) og eventuelt gjøre den avhengig av endringstakten i $f(x)$, altså $f'(x)$, hvilket er hva Newton-metoden gjør.

Som illustrasjon anvendes funksjonen $f(x) = ae^x + b/x + c$, hvor $(a, b, c) = (0.25, -1, -2)$. Se figur 2. I tatonnement-prosessen inngår to typer beregninger:

- i) gitt x^t , beregn $f(x^t)$, og dernest
- ii) gitt x^t og $f(x^t)$, beregn x^{t+1} ifølge (2).

Beregningene organiseres i to kolonner: B for fortløpende x -verdier og C for tilhørende f -verdier. I A-kolonnen noterer vi iterasjons indeksen t . Modellens data, funksjonsparametrene $(0.25, -1, -2)$, plasseres i cellene E1-E3. Den brukerstyrte s -verdien (0.3) plasseres i celle C5, iterasjonstalleren i A7 settes til 0, og vi angir vår gjettning på x^0 (0.5) i celle B7. Se tabell 1.

Beregningen av $f(x^0)$ i C7 skjer ved at referanser (absolutte adresser: \$E1-\$E3) til funksjonens parametre og (relativ adresse: B7) til argumentverdien i B7 skrives inn i C7:

$$=E\$1*EKSP(B7)+E\$2/B7+E\$3$$

Svaret ($f(x^0)$) blir -3.58 som vi anser for unøyaktig, hvorefter vi fortsetter. Oppdatering av iterasjonstelleren skrives inn i celle A8 som

$$=A7+1$$

og oppdatering av x^1 skrives inn i celle B8 i henhold til (2), dvs.

$$=B7-C\$5*C7$$

Celle B8 viser nå 1.576 som er vårt hittil beste anslag for x^* . Beregningen av f i C7 kopieres til C8, hvorved nok en iterasjon er avsluttet. Er f -verdien -1.425 (i C8) tilstrekkelig nær null⁵? Hvis ja, da viser B8 en (tilnærmet) løsning. Hvis nei, kopier innholdet i A8-C8 til A9-C9. Er f -verdien (i C9) tilstrekkelig nær null denne gang? Hvis ikke, kopier A9-C9 til A10-C10, osv. [Hint. kopier til mange linjer på en gang.] Vi ser fra tabellen at f -verdien går mot null, og vi konkluderer at x -verdien går mot x^* .

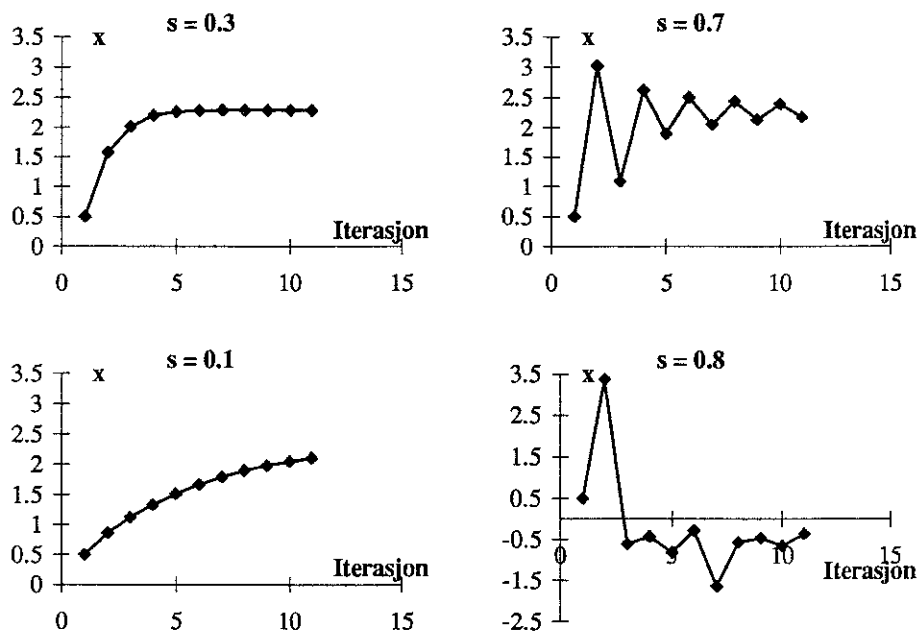
Tabell 1. Utklipp av regneark for tatonnement-metoden

	A	B	C	D	E
1				a	0.25
2		$f(x) = ae^x + b/x + c$		b	-1
3				c	-2
4					
5	Tatonnement		0.3		
6	iter	x	f(x)		
7	0	0.5	-3.5878		
8	1	1.576346	-1.4251		
9	2	2.003866	-0.6446		
10	3	2.197251	-0.2051		
11	4	2.258767	-0.0499		
12	5	2.273737	-0.0109		
13	6	2.277005	-0.0023		
14	7	2.277699	-0.0005		

⁵ Vi har ikke «hel-automatisert» prosessen, men styrer den fra trinn til trinn, og kan selv avgjøre når avviket er lite nok. I neste kapittel automatiseres beregningene noe mer, men allikevel beholdes kontrollen med når vi vil stoppe. Det er fullt mulig å spesifisere en ϵ -verdi og legge inn en sjekk mot denne verdi i beregningsrutinen. En fordel med «manuell» behandling, er at man kan endre s -verdien underveis, f.eks. øke s når x^1 nærmer seg x^* .

Fastsettelsen av s -verdien er det kritiske punkt ved tatonnement-metoden. Figur 3a viser utviklingen i x^t over de 11 første iterasjoner for en «passende» s -verdi, nemlig $s=0.3$. Dersom s er «stor» vil sekvensen kunne oscillere rundt x^* , altså vekselvis bli større og mindre enn x^* , men allikevel konvergere. Se figur 3b hvor $s=0.7$. Mens enda større s -verdier kan få prosessen til å divergere, som i figur 3d hvor $s=0.8$. Dersom s har lav verdi vil prosessen ta mange steg og dermed «lang tid» (figur 3c, $s=0.1$).

Figur 3. Tatonnement-prosessen for ulike s -verdier

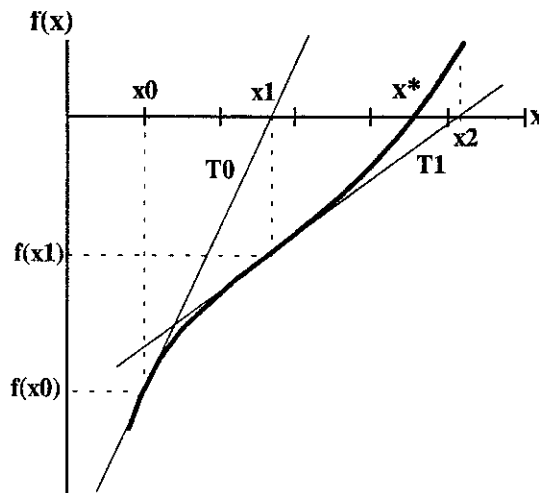


Vi kunne her være fristet til å konkludere at for en lav nok s -verdi vil prosessen konvergere, om enn sakte. Det er korrekt når vi søker løsning for én funksjon i én variabel, men det er generelt sett ikke riktig om vi søker løsning for n likninger i n variable, $n > 2$. Dette skal vi komme tilbake til i neste kapittel om økonomiske modeller.

1.2 Newton-metoden

Vi må her anta at f er kontinuerlig deriverbar og skal holde på antagelsen om at f er monotont stigende. Poenget med denne metoden illustreres i figur 4. Vi anvender samme funksjon f som foran og starter med samme gjeting x^0 , hvor $|f(x^0)| > \varepsilon$. Newton-metoden anvender den innsikt at når f er monotont stigende (fallende), vil *tangenten* til f i x^0 , benevnt T^0 , skjære x -aksen i et punkt x^1 som innebærer et steg i riktig retning. Såfremt denne løsning ikke er tilstrekkelig nøyaktig, etableres tangenten T^1 i punktet $(x^1, f(x^1))$. Pga vendepunkt for f i figuren «hopper» Newton-prosessen forbi x^* . Neste tangent, T^2 , vil bringe sekvensen $\{x^i\}$ til å konvergere mot x^* fra høyre.

Figur 4. Illustrasjon av Newton-metoden



Metoden erstatter den ikke-lineære funksjon f (som vanligvis ikke kan løses direkte) med en lineær funksjon, kalt Lf som vi har analytisk løsning for⁶; altså «forenkle og løse». La $f' = df/dx$. Den lineære funksjon er en 1.ordens-Taylor-ekspansjon av f i x^i , definert som

$$\begin{aligned}
 Lf(x|x^i) &= f(x^i) + f'(x^i)(x - x^i) \\
 (3) \quad &= [f(x^i) - f'(x^i)x^i] + [f'(x^i)]x \\
 &= {}^7 A + Bx.
 \end{aligned}$$

⁶ La $Lf = A+Bx$. Da er $x = -A/B$ løsning for likningen $Lf = 0$.

⁷ $A = [f(x^i) - f'(x^i)x^i]$ og $B = [f'(x^i)]$ er konstanter, mens x er den variable.

Metoden innebærer at neste gjetning, x^{t+1} er løsningen for den rette linjen (3), dvs.

$$\begin{aligned} x^{t+1} &= [f'(x^t)]^{-1} [f'(x^t)x^t - f(x^t)] = x^t - [f'(x^t)]^{-1} f(x^t) \\ (4) \quad &= x^t - v(x^t) f(x^t) \end{aligned}$$

hvor $v(x^t) = [f'(x^t)]^{-1}$ betegner den inverse til $f'(x^t)$. (Når f' er en skalar, er $[f']^{-1} = 1/f'$.)

Eksempel. La $f(x) = x^2 - x - 2$. Da er $f'(x) = 2x - 1$. La nå $x^0 = 1$. Da er $f(1) = -2$, $f'(1) = 1$ og $x^1 = x^0 - f/f' = 1 - (-2)/1 = 3$. Videre er $f(3) = 4$ og $f'(3) = 5$, hvorefter $x^2 = 3 - 4/5 = 2.2$. Vis at $x^3 = 2.012$ og $x^4 = 2.00005$. x^5 gir et f-avvik fra 0 av størrelsesorden 10^9 .

Sammenlikn (4) med (2). Vi ser at Newton-prosessen har en variabel oppdateringsfaktor, $v(x^t)$, og ikke en fast faktor, s , som for tatonnement, og at denne oppdateringsfaktor er tilpasset funksjonens helning. Dersom f er «bratt» i x^t er f' «stor» og $[f']^{-1}$ «liten» hvorefter steget blir «lite» (T^0 i figur 4) selv om $f(x^t)$ har «stor» tallverdi, og omvendt dersom f er «slakk» i x^t (T^1).

Teorem. Anta at f er kontinuert deriverbar og at det finnes en x^* slik at $f(x^*) = 0$.

Newton-prosessen konvergerer mot x^* dersom x^0 er innen en viss omegn av x^* .

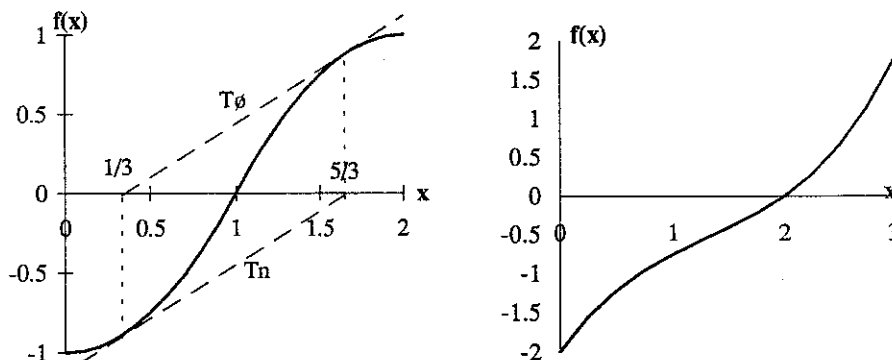
To forhold må nevnes. For det første antok vi (indirekte) ved løsning av den rette linjen, at f' er forskjellig fra null. Dersom $f' = 0$ i et punkt x , kan vi selvsagt ikke beregne $[f']^{-1}$. Vi kan prøve punktet $(x+e)$ (eller $x-e$) for en passende liten e -verdi. I eksemplet over er f' null for $x=0.5$. For $x^0 > 0.5$ vil prosessen konvergere mot løsningen $x^*=2$. For $x^0 < 0.5$ vil prosessen imidlertid konvergere mot den andre løsningen, $x^*=-1$.

Det andre forhold er at selv om prosessen konvergerer når x^0 velges innen en omegn av x^* , og praksis med funksjoner som økonomer anvender viser at denne omegn er rimelig stor, er det lett å lage eksempel på divergens. Figur 5a illustrer dette poeng. Her har vi benyttet funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) = x^2 - 1 & \text{for } 0 < x \leq 1 \\ f_2(x) = (x-1)(3-x) & \text{for } 1 \leq x < 2. \end{cases}$$

Merk at $f_1(1)=f_2(1)=0$ og $f'_1(1)=f'_2(1)=1$ slik at f er kontinuerlig deriverbar over intervallet $(0,2)$. Newton-prosessen divergerer når x^0 velges utenfor intervallet $[1/3, 5/3]$. Velg f.eks. $x^0 = 0.33 < 1/3$. Da er $f(0.33) = -0.89$, $f'(0.3) = 0.66$, og $x^1 = 0.33 - (-0.89)/0.66 = 1.68$, hvorefter $x^2 = 0.277$ som er lengre fra intervallets nedre grense ($1/3$) enn x^0 . Prosessen oscillerer mellom disse grenseverdier når x^0 er en av grenseverdiene; dvs. dersom $x^0 = 1/3$, da blir $x^1 = 5/3$, og omvendt. Se de to inntegnede tangentene T_n og T_θ . Prosessen konvergerer for x^0 i intervallet⁸. For funksjonen i 5b konvergerer prosessen for enhver $x^0 > 0$. Merk at f i figur 4 har et forløp som i figur 5b, først konkav og deretter konveks, altså et forløp hvor prosessen konvergerer. I de økonomiske modeller vi skal betrakte vil f normalt ha dette forløp. Se kap. 2.2 og figur 7. Problemer kan oppstå når funksjonen først er konveks og dernest konkav (for økende x -verdi).

Figur 5. Illustrasjon av konvergens-omegn for Newton-prosessen



Newton-prosessen benytter i tillegg til f -verdien også f' -verdien. Vi trenger derfor en ekstra kolonne i regnearket og plasserer f' -verdiene i D-kolonnen. Se tabell 2, som er analog til organisering av tatonnement-prosessen i tabell 1. Iterasjonstallene i A-kolonnen, x -verdier i B-kolonnen, f -verdier i C-kolonnen og f' -verdier i D-kolonnen. Vi starter igjen med $x^0 = 0.5$ i B7, og skriver inn $f(x^0)$ -verdien i celle C7 som foran. $f'(x^0)$ -verdien⁹ skrives inn i D7

$$=E\$1*EKSP(B7)-E\$2/B7^2$$

⁸ Thorlund-Petersen (1990) har vist at Newton-prosessen konvergerer i intervallet (a,b) hvis og bare hvis $f'(a)+f'(b) > (f(b)-f(a))/(b-a)$.

⁹ EKSP er EXCELS eksponential-funksjon. Den er kalt EXP i EXCELS engelske versjon.

og den oppdaterte x -verdien skrives inn i B8 ihht. (4) :

$$=B7- C7/D7$$

dvs. $x^1 = 1.313$. Kopier deretter C7-D7 til C8-D8. Dersom avviket (i C8, altså -1.83) er mindre enn ϵ , stopp, ellers kopier A8-D8 til A9-D9, osv.

Legg merke til hvor mye raskere Newton-prosessen konvergerer mot slutten, (men ikke nødvendigvis i starten). Den utnytter da også mer informasjon om f , nemlig f' og det «koster» selvsagt litt ekstra (tid) å beregne f' . For mange funksjonstyper er imidlertid denne merkostnad ubetydelig sammenliknet med et sterkt redusert antall iterasjoner.

Tabell 2. Utklipp av regneark for Newton-metoden

	A	B	C	D	E
1				a =	0.25
2		$f(x) = ae^x + b/x + c$		b =	-1
3				c =	-2
4					
5	Newton				
6	iter	x	f(x)	f'(x)	
7	0	0.5	-3.58782	4.4122	
8	1	1.313163	-1.832042	1.5094	
9	2	2.526925	0.7330013	3.2853	
10	3	2.303812	0.0690067	2.6915	
11	4	2.278173	0.0007614	2.6324	
12	5	2.277884	9.496E-08	2.6317	
13	6	2.277884	1.332E-15	2.6317	

1.4 Ikke-lineær programmering

Siste element i likevektsmodellering er innsikt fra ikke-lineær programmering (NLP). NLP er som lineær programmering, men tillater at funksjonene er ikke-lineære, og skrives gjerne som

$$\text{maksimer } F(x) \text{ gitt at } g(x) \leq 0 \text{ og } x \geq 0,$$

hvor $F(x)$ er målfunksjon, $g(x)$ representerer en restriksjon og x er handlingsvariabel¹⁰. For vårt formål kan vi droppe restriksjonen $g(x)$ og skrive

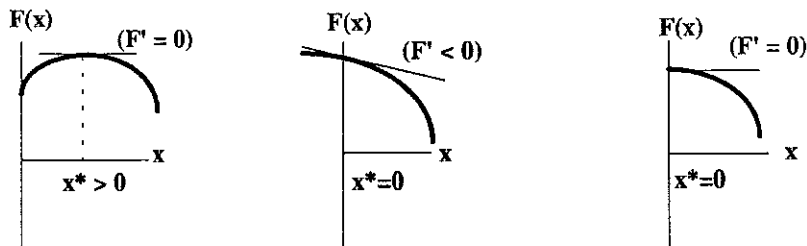
$$(5) \quad \text{maksimer } F(x) \text{ gitt at } x \geq 0.$$

Vi merker oss at x ikke tillates å være negativ. Det er det sentrale poeng. Første-ordens (nødvendige) betingelser for et maksimum, de såkalte Kuhn-Tucker-betingelsene, er

$$(6) \quad dF/dx \leq 0, \quad x \geq 0 \quad \text{og} \quad x [dF/dx] = 0.$$

Fortolkningen¹¹ er at den første-deriverte av F skal være ikke-positiv; den optimale x -verdien skal være ikke-negativ; og produktet skal være lik null. Dvs., dersom x er positiv, da må df/dx være null; og omvendt, dersom dF/dx er negativ, da må x være null. Figur 6 illustrerer de ulike muligheter. Se spesielt 6b.

Figur 6. Illustrasjon av Kuhn-Tucker-betingelsene



¹⁰ f og g er typisk funksjoner i flere variable hvorved x er en vektor.

¹¹ Den økonomiske fortolkning er rett fram: dersom en bedrift produserer et positivt kvantum da må dens grensekost være lik grenseinntekt, og omvendt dersom grenseinntekt er mindre enn grensekost, da lønner det seg ikke å produsere.

2. Økonomiske modeller

Det skilles gjerne mellom generelle og partielle likevektsmodeller, dvs. modeller for hele økonomien og modeller for ett eller et fåtall nært relaterte markeder. Vi skal studere partielle likevektmodeller og i hovedsak begrense oss til modeller hvor vi identifiserer den enkelte bedrift og beregning av dens optimale kvantum (eller pris).

La oss først knytte et par kommentarer til generelle likevektsmodeller. Her modelleres overskuddsetterspørsel, dvs. etterspørsel minus tilbud av den enkelte vare (i det enkelte marked) og via den iterative prosessen søkes de priser som klarer alle markeder. Typisk antas alle aktører (både produsenter og kunder) å være pristakere og man søker en frikonkurranselikevekt. Det er en omfattende litteratur omkring beregning av likevekt for generelle likevektsmodeller¹².

2.1 Likevekt og konjunktural variasjon

Betrakt n bedrifter som selger et homogent produkt i et usegmentert marked. La q_i betegne bedrift i 's kvantum og $C_i(q_i)$ bedriftens kostnadsfunksjon. Videre, la $Q = \sum q_i$ og $P = f(Q)$ (den inverse) markedsetterspørsel. Bedrift i 's overskudd er nå gitt ved

$$\Pi_i(q_1, \dots, q_n) = P(Q)q_i - C_i(q_i).$$

Vi merker oss at Π_i er en funksjon av alle bedrifter's kvanta, dvs. q_1, \dots, q_n , men at kun q_i kan kontrolleres av bedrift i . Etersom produktet er homogent (og vi summerer kvanta) ser vi at $\delta P / \delta q_1 = \delta P / \delta q_2 = \dots = \delta P / \delta q_n = P'$, dvs. at alle bedrifter har lik marginal innvirkning på prisen. Videre «vet» vi at kun positive kvanta er økonomisk meningsfulle i denne situasjon, dvs. vi søker den ikke-negative q_i -verdi som maksimerer overskuddet, og kan altså ikke akseptere en negativ q_i som løsning. Det betyr at bedriftens maksimeringsproblem er

$$(7) \quad \underset{q_i}{\text{maksimer}} \Pi_i(q_1, \dots, q_n) \text{ gitt at } q_i \geq 0, \quad i=1, \dots, n.$$

¹² Interessante bidrag fra et metodisk synspunkt er Scarf (1973) og Hansen (1968), Ginsburg og Waelbrock (1973), Mathiesen (1985) og Rutherford (1994).

Ettersom bedriftene er avhengige av hverandre via markedet (prisen) kan ikke (7) løses separat for den enkelte bedrift¹³. Vi må finne et format hvorved alle n problemene løses under ett. Vår modell er settet av n førsteordensbetingelser for (7) og er som følger:

Finn vektoren (q_1, \dots, q_n) som løser

$$(8.1) \quad \delta\Pi_i / \delta q_i = P + P'(1+\theta)q_i - c_i \leq 0, \quad i=1, \dots, n$$

$$(8.2) \quad q_i \geq 0, \quad i=1, \dots, n$$

$$(8.3) \quad q_i [\delta\Pi_i / \delta q_i] = 0, \quad i=1, \dots, n.$$

Her er $c_i \equiv \delta C_i / \delta q_i$ og $\theta \equiv \sum_{j \neq i} \delta q_j / \delta q_i$. Denne størrelse er benevnt *den konjekturale variasjon* og viser de n-1 konkurrenters samlede reaksjon (i form av kvantumsendring) på i 's endrete kvantum. Vi kommer tilbake til den etter hvert, men merker oss at Cournot adferden, som innebærer å ta konkurrenters kvantum for gitt, dvs. $\delta q_j / \delta q_i = 0$, betyr at $\theta = 0$, og videre at en pristaker tar prisen for gitt, dvs. antar at $P' = 0$, hvorved (8.1) krever en tilpasning hvor $P - c_i \leq 0$, dvs. pris lik grenskostnad når $q_i > 0$.

Vi identifiserer $MR_i = P + P'(1+\theta)q_i$ og $MC_i = c_i$, hvoretter

$$\delta\Pi_i / \delta q_i = (MR_i - MC_i).$$

Fortolkningen av betingelsene (8.1-3) er som for (6). I en optimal tilpasning kan det ikke det marginale overskudd være positive (8.1); for da ville jo bedriften kunne øke overskuddet ved å øke produksjonen. På den annen side kan det godt tenkes at bedriftens marginale overskudd i en løsning er negativt; nemlig når bedriften finner det lønnsomt ikke å produsere. Fra (1) og (8.1) ser vi at $f(x)$ fra kapittel 1 er definert som $(MR_i - MC_i)$ i den økonomiske modellen. For en bedrift som produserer et positivt kvantum ($q_i > 0$) må $(MR_i - MC_i) = 0$ (jfr. (6)). Dette er kjent mikro-teori. Men vi ser også at (6) og (8) åpner for en løsning hvor $q_i = 0$, nemlig i det tilfelle at $(MR_i - MC_i) < 0$. Denne bedriften finner det ikke lønnsomt å produsere (og selge).

¹³ Vi følger tradisjon fra langt tilbake og søke den verdi for den enkelte bedrifts handlingsvariabel (kvantum eller pris) som løser dens førsteordens betingelse for maksimalt overskudd, jfr. (6). En alternativ formulering for beregning av en frikonkurranselikevekt ble utviklet av Paul Samuelson som ved å maksimere en funksjon uttrykt som summen av produsent- og konsumentoverskudd, jfr. (5), beregnet frikonkurranselikevekten. Senere har Margareth Slade vist at en modifisert funksjon vil bidra til å finne en Cournot-likevekt.

2.2 Usegmentert marked: Cournot-adferd.

Vi skal her betrakte n bedrifter som tilpasser sitt kvantum ihht Cournot-adferden. Den innebærer at den enkelte bedrift antar at konkurrentene ikke reagerer på egne endringer i kvantum, dvs. bedrift i antar at hvert element $\delta q_j / \delta q_i = 0$, $j \neq i$, slik at $\theta = \sum_{j \neq i} \delta q_j / \delta q_i = 0$.

(8.1) blir dermed

$$(8.1') \quad \delta \Pi_i / \delta q_i = P + P' q_i - c_i \leq 0, \quad i=1, \dots, n,$$

og dersom $n=1$, er dette tilpasningsbetingelse for en monopolist.

Som en illustrasjon, anta at det er $n=5$ bedrifter som konkurrerer i markedet for et homogent produkt hvor $P = 90Q^{-1.1}$. Bedriftenes grensekostnadsfunksjoner er alle lineære $c_i = a_i + b_i q_i$, men har ulike parametre som vist i tabell 3. Funksjonsparametre er plassert i kolonnene G-H.

Her har vi 5 og ikke én førsteordens betingelse som i kapittel 1. Der var vi interessert i forløpet av selve iterasjonsprosessen og viste dens utvikling på ulike linjer. Vi er nå primært interessert i likevektsløsningen og organiserer beregningene noe anderledes. A-kolonnen viser bedriftsnummer, B-kolonnen: q -verdier, C-kolonnen: MC-verdier, D-kolonnen: MR-verdier og E-kolonnen: (MR-MC). I F-kolonnen viser vi de oppdaterte q -verdier. Vi kunne selvsagt slått innholdet i C-F-kolonnene sammen i én kolonne, men finner det instruktivt å vise hver enkelt størrelse. Det er dessuten lettere å kontrollere at man ikke gjør feil underveis.

Tabell 3 viser hvordan arbeidet er organisert og viser 4 utdrag fra beregningene. Den øverste delen viser hvordan data er skrevet inn og modellen er lagt opp. s er fastsatt til 0.5 og plassert i celle E10. Hver bedrift er representert med sin linje: 4-8. Vi har anslått $q_i^0 = 2.7$ som en første gjetning i B4...B8. Gitt de individuelle kvanta beregnes samlet kvantum¹⁴ (Q) i celle B10,

$$=SUMMER(B4:B8)$$

dernest beregnes pris (P) i celle C10 med referanse til data i G12-H12 og Q-verdi i B10

$$=G12*B10^H12$$

og den deriverte av pris (P')¹⁵ i celle D10

$$=H12*C10/B10$$

Gitt hver enkelt bedrifts kvantum, beregnes dens MC i C-kolonnen, f.eks. i C4 for bedrift 1

¹⁴ SUMMER betegner sum-funksjonen i EXCELS norske versjon. I engelsk-versjonen heter funksjonen SUM.

¹⁵ La $P = aQ^b$. Da er $dP/dQ = P' = baQ^{b-1} = bP/Q$.

$$=G4+H4*B4$$

og gitt kvantum, pris og pris-derivert, beregnes MR-verdiene i D-kolonnen, f.eks. i D4

$$=C\$10+D\$10*B4$$

Nå beregnes avvikene MR-MC i E-kolonnen, f.eks. i celle E4

$$=D4-C4$$

Dersom alle avvikene er tilstrekkelig små, har vi funnet løsningen; den står i B-kolonnen.

Dersom minst ett avvik er for stort (og det tilhørende produksjonsvolum er positivt), må vi iterere videre. Vi beregner da oppdaterte q-verdier i F-kolonnen, f.eks. i celle F4

$$=B4-E\$10*E4$$

Sålangt har vi fulgt fremgangsmåten fra kapittel 1 og regnet sekvensielt ned og til høyre i regnearket, fra B4 frem til F8. Dette er vist i første del av tabell 3. Vi ønsker å gjenta beregningene, men nå med tallene i F-kolonnen som utgangspunkt. Som en forberedelse til dette går vi inn i regnearkets menyvalg¹⁶:

Verktøy/Alternativer/Beregning

klikker på «manuell» og «gjentagelse» og skriver 1 på «maksimalt antall». Nå blir beregninger (dvs. oppdatering av regnearket) kun utført på din kommando ved trykk på F9-tasten og ikke automatisk så snart innholdet i en celle endres.

Dermed danner vi en sirkularitet («loop») ved å skrive inn i celle B4

$$=F4$$

og tilsvarende i cellene B5-B8. Resultatet av disse operasjoner er vist i tabellens andre del. Det eneste som er endret fra første del er at tallene i F-kolonnen nå også inngår i B-kolonnen. Merk f.eks. at Q-verdien på 13.5 åpenbart ikke er korrekt - regnearket er ikke oppdatert!

Trykk på F9-tasten beregner 1 iterasjon. Se resultatet i tabellens tredje del. Vi ser at avvikene (i E-kolonnen) er redusert, men at de ennå er for store. Trykk på F9-tasten en gang til. Nedre del i tabellen viser resultatet av 5 slike trykk, altså ialt 6 iterasjoner. Avvikene små; hvorvidt de er små nok avhenger av den problemstilling man har. F9-tasten kan trykkes enda noen ganger, eller man kan gå inn i menyvalget og øke antall iterasjoner («maximal number»), til f.eks. 10. I så fall gjør programmet 10 iterasjoner.

¹⁶ I engelsk versjon Tools/Options/Calculation og «manual», «iteration» og 1 på «maximal number».

Tabell 3. Tatonnement for Cournot-modell med n=5 bedrifter

	A	B	C	D	E	F	G	H
1							Marginalkost-	
2	Start-tabell						parametre	
3	Bedrift	q	MC(q)	MR(q)	MR-MC	q'-verdi	a	b
4	1	2.7	3.35	4.0084	-0.65839	3.0292	2	0.5
5	2	2.7	3.81	4.0084	-0.19839	2.7992	3	0.3
6	3	2.7	4.27	4.0084	0.26161	2.5692	4	0.1
7	4	2.7	4.5	4.0084	0.49161	2.4542	4.5	0
8	5	2.7	4.43	4.0084	0.42161	2.4892	4.7	-0.1
9		Q	P	P'	s		Etterspørsels-	
10		13.5	5.13896	-0.419	0.5		parametre	
11							B	e
12							90	-1.1

Tabell etter at 'loop' er etablert

	Bedrift	q	MC(q)	MR(q)	MR-MC	q'-verdi
4	1	3.0292	3.35	4.0084	-0.65839	3.0292
5	2	2.7992	3.81	4.0084	-0.19839	2.7992
6	3	2.5692	4.27	4.0084	0.26161	2.5692
7	4	2.4542	4.5	4.0084	0.49161	2.4542
8	5	2.4892	4.43	4.0084	0.42161	2.4892
9		Q	P	P'	s	
10		13.5	5.13896	-0.419	0.5	

Tabell etter én iterasjon

	Bedrift	q	MC(q)	MR(q)	MR-MC	q'-verdi
4	1	3.0292	3.5146	3.8705	-0.35595	3.2072
5	2	2.7992	3.8398	3.9669	-0.1271	2.8627
6	3	2.5692	4.2569	4.0632	0.19376	2.4723
7	4	2.4542	4.5	4.1113	0.38868	2.2599
8	5	2.4892	4.4511	4.0967	0.35442	2.3120
9		Q	P	P'	s	
10		13.3410	5.2064	-0.429	0.5	

Tabell etter 6 iterasjoner

	Bedrift	q	MC(q)	MR(q)	MR-MC	q'-verdi
4	1	3.4933	3.7467	3.7683	-0.02162	3.5041
5	2	3.0784	3.9235	3.9555	-0.03204	3.0944
6	3	2.4386	4.2439	4.2443	-0.00046	2.4388
7	4	1.9972	4.5	4.4436	0.05644	1.9690
8	5	2.0367	4.4963	4.4257	0.0706	2.0014
9		Q	P	P'	s	
10		13.0441	5.33688	-0.45	0.5	

Dersom avvikene ikke reduseres, men heller øker, bør vi redusere s-verdien før vi ber om nye beregninger¹⁷. Ofte vil man erfare at noen avvik reduseres mens andre øker. Da trenger man en s-verdi for hver enkelt likning (linje) slik at s-verdien for hver linje er avpasset endringstakten for ved-kommende likning. (I denne modellen vil det kunne være tilfelle dersom MC-funksjonene har ulik bratthet. I kapittel 2.4 er også flere etterspørselsfunksjoner.)

For å ta hensyn til kravet om ikke-negative¹⁸ variable skriver vi i B4

$$=STØRST(0;F4)$$

Tilsvarende kan det tas hensyn til eventuelle kapasitetsbegrensninger. Anta at hver bedrift maksimalt kan tilvirke K_i enheter, dvs. $q_i \leq K_i$. Plasser K_i i cellene J4:J8 og skriv i B4

$$=STØRST(0;MIN(F4;J4))$$

Merk at når en restriksjon er effektiv, f.eks. $q_i = 0$ eller $q_i = K_i$, da kan vi ikke vente at $MC_i - MR_i = 0$. Tvert imot. Se (8).

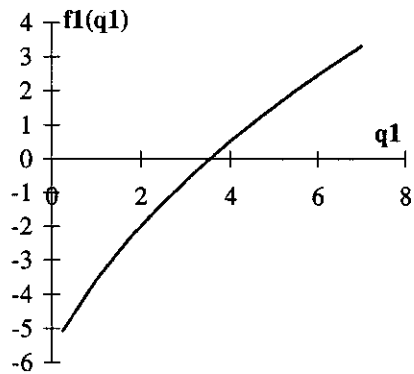
Oppgave 2.2.1. Anta at hver bedrift har en maksimal produksjonskapasitet på 3. Beregn ny likevekt.

Modellen består av 5 likninger i 5 variable, og funksjonene f_i kan ikke lett illustreres grafisk.

Vi kan imidlertid anvende teknikken fra plott av etterspørselskurver, nemlig å sette alle variable unntatt kvantum til gitte verdier. Overført på vår situasjon, fastsetter vi kvantum for bedriftene 2,...,5 og kaller denne delsum for Q' . Vi benytter verdiene i siste del av tabell 3, som gir ca 9.5. Nå kan vi plote $f_1 \equiv -\delta\Pi(q_1+Q')/\delta q_1$ i figur 7. Funksjonen «arver» konkaviteten fra (den negative av) etterspørselsfunksjonen. Dersom grensekostnadsfunksjonen ikke var lineær, men strengt konveks, f.eks. asymptotisk mot en kapasitetsgrense, ville f_1 vært konkav først og dernest blitt konveks. Jfr. figurene 4 og 5b.

¹⁷ Når prosessen starter å divergere, kan q-verdiene raskt komme utenfor definisjonsområdene for de funksjoner som benyttes, EXCEL bryter beregningene, og man må skrive inn nye start-verdier for q.

¹⁸ STØRST er EXCELs (norske og meget uestetiske) funksjon for maksimum (engelsk: MAX). Kolon (:) angir en liste av celler, mens semi-kolon (;) skiller to vilkårlige celler (verdier).

Figur 6. $f \equiv -\delta\Pi(q_1+Q')/\delta q_1$ 

2.3 Leder med haleheng.

Vi holder på antagelsen om et homogent produkt. I denne modellen antas det at én bedrift er leder og de andre er følgere. Konkret antas det at lederen setter pris og at følgerene tar prisen for gitt, dvs. de er pristakere. Fordi de er pristakere kan vi summerer deres tilbud. La q_L og q_H betegne kvantum for hhv. leder og haleheng, slik at $Q = q_L + q_H$. Halehenget kan beskrives ved sin samlede tilbudskurve $q_H(P)$. Vi benytter den inverse, $c_H(q_H)$, som er grensekostnadskurven for halehenget (jfr. begrepet industrikost kurve).

Lederen antar at halehenget tilpasser seg som pristaker med et kvantum q_H slik at

$$(9) \quad P(Q) = c_H(q_H).$$

Konkurrentenes samlede reaksjon på lederens marginale kvantumsendring finnes da fra det totale differensial av (9)

$$P'(dq_L + dq_H) = c_H' dq_H$$

hvor $P' \equiv \delta P / \delta q$ og $c_H' \equiv \delta c_H / \delta q_H$. Etter litt omorganisering får vi

$$(10) \quad \phi \equiv dq_H / dq_L = P' / (c_H' - P').$$

ϕ er en versjon av den konjekturale variasjon i foregående modell: et uttrykk for lederens antagelse om konkurrentenes samlede reaksjon. F.eks. det kvantum konkurrentene forventes å tilby ekstra når lederen trekker ut en enhet. Før vi går videre med den numeriske beregning, la oss fortolke (10). Vi merker oss at når $c_H' > 0$ (stigende grensekostnadskurve for halehenget) og $P' < 0$ (fallende etterspørsel) vil $-1 < \phi < 0$. Videre ser vi at når c_H' er lav (dvs. grensekostnadskurven er flat, f.eks. ved lav kapasitetsutnyttelse), da er ϕ nær -1. Fortolkningen er at halehenget nesten fullstendig vil erstatte den enhet lederen reduserer sin produksjon med, hvormed lederen ikke makter å øke prisen via rasjonering av tilbudet! Dersom c_H' derimot er høy (bratt grensekostnadskurve, f.eks. ved en produksjon nær kapasitetsgrensen), da er ϕ nær 0. Her er fortolkningen at halehenget pga. den bratte kostnadskurven ikke finner det lønnsomt å erstatte den enhet som lederen trekker ut av markedet. I denne situasjon kan lederen ved å redusere sitt tilbud tvinge opp prisen.

Halehengets tilpasning betyr at $MR_H = P$, mens $MR_L = P + P'(1+\phi)q_L$, hvor altså ϕ avhenger av c_H' .

Oppgave 2.3.1. La $c_L(q_L) = 0.5 + 0.2q_L$ og $c_H(q_H) = 0.5 + 0.05q_H^4$ betegne grensekostnadsfunksjoner for hhv leder og haleheng. La videre (invers) etterspørsel være gitt ved $P = 10 - Q$. Beregn markedslikevekten.

2.4 Segmentert marked: Cournot-adferd, samarbeid og pristakere

Som foran skal vi anta at n bedrifter selger et homogent produkt, men at etterspørselssiden kan deles i m segmenter og videre at det ikke finner sted noen arbitrasje mellom disse segmenter.

Vi beskriver etterspørsel i segment j med den (inverse) etterspørselsfunksjon

$$P_j = f_j(Z_j), \quad Z_j = \sum_i q_{ij},$$

hvor q_{ij} betegner den i 'te bedrifts salg til segment j , og Z_j således er samlet salg til segment j .

Modellen åpner for at bedriftene har ulike kostnader ved å betjene de enkelte segmenter; det kan være transportkostnader og avgifter (toll, moms, osv.), eller ytterligere bearbeidings-

kostnader. Slike kostnader kan være uttrykt i kroner per enhet av produktet eller som et prosentvis påslag på verdien av produktet (*ad valorem*). La oss her anta at merkostnaden for bedrift i ved å selge til segment j er t_{ij} kroner per enhet av produktet. Vi kan enten oppfatte t_{ij} som en merkostnad ut over produksjons-kostnader og beregne bedriftens grensekostnad ved å betjene segment j som

$$MC_{ij} = c_i' + t_{ij}, \text{ mens } MR_{ij} = P_j + P_j' q_{ij}$$

eller vi kan oppfatte t_{ij} som en reduksjon i prisen (en markedsføringskostnad) og beregne netto marginal inntekt

$$MR_{ij} = P_j + P_j' q_{ij} - t_{ij}, \text{ mens } MC_{ij} = c_i'$$

Uansett betraktningssmåte blir uttrykket for $(MR_{ij} - MC_{ij})$ det samme.

Pga. den ekstra dimensjon som er innført, nemlig segmenter i tillegg til bedrifter, er det nå hensiktsmessig å velge en matriseorientert organisering av de ulike elementer i beregningene. Dvs. vi lar q_{ij} fylle et felt med $n \times m$ celler. Tilsvarende lar vi avviket (grenseprofitten: $\delta \Pi_i / \delta q_{ij}$) fylle et annet felt. Se tabell 4.

Oppgave 2.4.1. La $n=4$ og $m=3$. La $P_j = A_j + B_j Z_j^{E_j}$ og $c_i = a_i + b_i (\sum_j q_{ij})^{e_i}$. Parametrene A_j , B_j og E_j for etterspørsel i segment j , $j=1,2,3$ og a_i , b_i og e_i , $i=1,\dots,4$ for grensekostnads-funksjoner er vist i tabell 4. Videre vises transportkostnader per enhet sendt fra bedrift i til segment j . Legg inn i regneark det som er vist, fullfør oppsettet og beregn markedslikevekten. [Hint. s -verdi er kritisk. Plott P_j , studer P_j' og velg ulike s -verdier for hvert segment.]

Oppgave 2.4.2. Bruk data fra foregående oppgave. Anta at alle bedrifter opptrer som pristakere og beregn den tilhørende likevekt. [Hint. En pristaker antar at $P'=0$. NB. Her blir mange $q_{ij} = 0$.]

Oppgave 2.4.3. Bruk data fra foregående oppgave. Anta at bedrift 1 og 2 samarbeider (både i produksjon og salg) og samlet tilpasser seg som én Cournot-bedrift, dvs. $MR_{ij} = P_j + P_j'(q_{1j} + q_{2j})$. Beregn den tilhørende likevekt. Sammenlikn likevektene i disse tre oppgavene.

2.5 Oligopol og differensierte produkter

Når produktene er differensierte, dvs. at kundene oppfatter den enkelte bedrifts produkt som et imperfekt substitutt til konkurrentenes produkter, da er det rom for ulike priser. La P_i betegne pris på bedrift i 's produkt. Generelt vil prisen avhenge av alle bedrifters tilbud, dvs.

$$P_i = g_i(q_1, \dots, q_n).$$

Et grensetilfelle er at de individuelle kvanta kan summeres, hvilket logisk sett betyr at produktene er perfekte substitutter. I så fall er vi tilbake til det homogene produkt.

Oppgave 2.5.1. La $n=5$ og benytt grensekostnadsfunksjonene i kapittel 2.2 (tabell 3). Anta at prisen for bedrift i 's produkt er en lineær funksjon av alle 5 produsenters tilbud som følger:

$$(11) \quad P_i = 50 - 10q_i - \sum_{j \neq i} q_j, \quad i=1, \dots, 5.$$

Beregn markedslikevekten når bedriftene følger en Cournot-adferd og velger kvantum som handlingsvariabel.

Oppgave 2.5.2. Benytt data i foregående oppgave. Anta at bedriftene har pris som sin handlingsvariabel. Inverter etterspørselsfunksjonene i (11). [Hint. Dette er lineær algebra. Anvend EXCELS funksjon for matriseinvertering MINVERS.] Beregn markedslikevekt i priser.